한국경제연구 수정보완(2008. 5)

시제간 대체와 교육의 효율성

Intertemporal Substitution and Efficiency of Education

權寧敏*

Kwon, Youngmin

요약

개인이나 국가를 막론하고 교육에 투자하는 이유는 미래를 중요시하기 때문이다. 즉, 현재의 소비를 줄여 자신 또는 자식세대의 교육에 투자하는 목적은 미래에 좀 더 나은 생활수준을 영위할 수 있다고 믿기 때문이다. 국가도 마찬가지로 교육을 통한 성장잠재력의 확충을 국가의 미래를 밝게 하는 중요한 요인으로 간주하여 교육에 대한 막대한 투자를 아끼지 않는다. 그러한 투자는 일반적으로 교육의 효율성을 높이지만 본 논문에서 소개되는 내생적 성장모형은 교육의 효율성증대가 반드시 밝은 미래를 보장해주지 못할 수도 있음을 보여준다. 즉, 경제주체들의 시제간 대체탄력성이 일정 수준 이상이면 교육효율성의 증대는 역효과를 불러올 수도 있다. 비교적 간단한 모형으로 밝힐 수 있는 이러한 사실은 교육의 효과를 과신하여 교육에 과도한 투자를 하고 있는 현재 우리사회의 모습에 경고의 메시지를 보낸다.

Abstract

The reason for the investment in education, individuals as well as nations alike, may be a desire to achieve a higher living standard in the future. However, in nowaday Korea, it seems that too much emphasis are on education and, in some cases, blindless devotion are made. The model presented here shows, under a peculiar circumstances, the increased efficiency in education with more investments may lead to a slower growth and thus a lower living standard. In a R&D based growth model used here, that is, if consumptions at two points in time are substitutable above a certain level, the investment to make human capital accumulation more productive results in a slower economic growth. The long-run growth rate in this model is determined by the endogenously determined human capital accumulation rate. Like in Jones [1995] and Segerstrom [1995], the model presented here is free of the scale effects that were found in many R&D based growth models of the first generation, such as Romer [1990] and Grossman and Helpman [1991].

핵심주제어: 내생적 성장, 시제간 대체, 교육투자

---

* 명지대학교, 국제통상학과, 조교수, e-mail) y_kwon@mju.ac.kr

Ⅰ. 서론

한국이 짧은 시간에 고도의 경제성장을 이룩할 수 있었던 여러 가지 요인 가운데 빼 놓을 수 없는 것 중의 하나가 높은 교육열이다. 해방이후 변변한 자연자원도 별로 없고 이렇다 할 산업도 거의 없었던 가난한 국가에서 오늘날과 같은 수준으로 경제발전을 이룰 수 있었던 바탕에 배움에 대한 열의가 무척 높은 근면한 인적자원이 있었음을 부인할 수는 없을 것이다. 특히, 자신의 가난을 물려주지 않기 위해 자식세대의 교육에 열성적이었던 부모들 덕에 높은 교육수준을 갖춘 많은 인력들이 배출되었고 이들이 우리경제의 산업화와 성장의 동력이 되었음은 틀림없는 사실이다. 그러나 언제부터인가 우리나라의 지나치게 높은 교육열과 그에 따른 투자가 과연 우리경제의 성장에 도움을 주고 있는 것인지 의문이 드는 일이 많아졌다. 즉, 자식들의 교육을 위해 희생에 가까운 투자를 하는 경우도 있는 것을 보면 과연 그것이 개개인의 행복은 물론 국가경제발전에 도움이 되는 것인지 회의가 생기곤 한다. 최근 국내 한 연구기관의 보고[1]에 따르면 우리나라의 교육투자 효율성은 OECD 국가 중 하위권에 속하고 있다. 동 보고에 따르면 사교육비까지를 감안할 경우 2000년 우리나라의 PISA[2] 순위는 OECD 국가 중 19위를 기록하고 있다. 물론 그러한 정량적인 수치는 교육투자비에 대비한 학력성취도를 단순하게 나타낸 것이지만 현재 우리나라의 사교육 열풍과 이를 바로잡아 공교육을 정상화시키겠다고 추가로 투자되는 막대한 재원을 감안할 때 우리나라 교육의 전체적인 효율성에 문제가 있음을 쉽게 짐작할 수 있다.

본 논문은 이러한 교육투자효과의 저하를 경제학 모형으로 설명해보려는 시도에서 집필되었다. 특히, 본 논문에서는 1990년대 이후 널리 연구되어온 내생적 성장모형을 응용하고 있다.[3] 그러나 Romer [1990], Segerstrom, Anant, & Dinopoulos [1990], Grossman & Helpman [1991], Aghion & Howitt [1992] 등에 의해 개발된 초기의 내생적 성장모형을 이용하기에는 한 가지 제약이 있다. 즉, 이들 제1세대 내생적 성장모형은 투입요소의 크기에 따라 경제성장률이 비례하는 규모효과(Scale Effects)의 단점이 있다. 따라서 이들 모형을 그대로 따르자면 한국의 많은 교육투자는 높은 수준의 경제성장률로 이어져야 한다. 하지만 본 논문에서 다루고자 하는 것은 교육에 대한 높은 투자에도 불구하고 그 효과가 낮아지는 상황이다. 다행스럽게도 제1세대 모형이 가지고 있는 이러한 규모효과의 단점을 제거하기 위한 지속적인 노력이 있어 왔다. Jones [1995]는 축적된 지식의 양이 커질수록 그 만큼 새로운 지식의 창출이 어려워지는 가정을 도입함으로써 초기 내생적 성장모형의 단점을 극복하는데 성공하였다. Segerstrom [1998] 역시 새로운 지식이 기존 지식을 대체하는 방식의 수직적 기술혁신을 가정하는 모형[4]에서 규모의 효과를 제거할 수 있음을 보였다. 특히 Segerstrom의 모형은 외생적인 인구성장률에 의해서만 경제성장률이 결정되었던 Jones의

1) 『LG주간경제』, LG경제연구원, 2006. 4. 19
2) Programme for International Student Assessment
3) 기초적 내생적 성장이론에 대한 소개는 조하현 [1996]에서 찾아볼 수 있다.
4) 흔히 이러한 모형을 Quality Ladders Model이라고 한다.

모형과는 달리 내생적으로 결정된 지적자산의 축적속도 역시 경제성장률에 영향을 줄 수 있기 때문에 보다 진화된 형태라고 평가할 수 있다.

그런데 Segerstrom의 모형에서 지적자산의 축적과정은 본 논문에서 다루고자하는 교육의 과정에 해당된다. 따라서 본 논문에서는 Segerstrom과 같은 지적자산의 축적과정을 도입하되 수평적 분화 형식의 기술 혁신[5)]을 가정한 Jones의 모형을 원용해보고자 한다. 이를 통해 본 논문에서는 Jones와 같은 수평적 기술혁신을 가정하더라도 Segerstrom과 같은 수직적 기술혁신을 가정한 경우와 마찬가지로 내생적으로 결정된 지적자산의 축적속도가 경제성장률을 결정하도록 하는 것이 가능함을 보여줄 수 있다. 그러나 본 논문의 보다 더 흥미로운 학문적 기여는 아마도 지적자산의 축적속도를 비롯한 장기균형의 결정에 경제구성원의 시제간 대체탄력성이 중요한 역할을 할 수 있음을 밝힌 것이다. 시제간 대체탄력성이란 이자율 등 경제 환경변화에 따라 소비자가 현재의 소비를 줄여 미래의 소비로 대체하려는 정도를 나타낸다. 본 논문에서는 이러한 시제간 대체탄력성이 일정한 수준 이상을 넘어설 경우 교육에 대한 투자증대가 경제성장률을 감소시킬 수 있음을 보여준다. 즉, 미래소비에 의한 만족이 일정수준 이상으로 지나치게 높아질 경우 교육투자의 효율성이 떨어지는 상황이 발생할 수도 있다.

이후 본 논문은 다음과 같은 순서로 구성될 것이다. 즉, 제Ⅱ장에서는 본 논문에서 이용되는 내생적 성장모형의 구조에 대해서 설명할 것이다. 또한 제Ⅲ장에서는 양(+)의 성장률을 나타내는 정상상태(Steady State) 균형을 도출할 것이다. 제Ⅳ장에서는 본 논문의 유일한 외생적 변수인 교육에 대한 투자가 장기경제성장률에 미치는 효과를 분석할 것이다. 마지막으로 제Ⅴ장에서는 본 논문의 기여부분과 한계에 대해서 논하고 향후 연구의 방향에 대해서 언급하고자 한다. 또한 본 논문 후미의 부록에서는 모형에서 소개되고 있는 소비자의 최적화 과정에 대한 수식 도출과정을 설명하도록 하겠다.

Ⅱ. 모형의 설정

기술개발을 통한 성장을 가정하는 대부분의 내생적 성장모형과 마찬가지로 본 논문에서 소개하고자 하는 모형에서도 소비자, 생산자, 연구·개발자 등 크게 세 부류의 경제주체를 가정한다. 특히, 본 논문의 모형에서 연구·개발자들은 기존의 제품과 수평적으로 분화되는 새로운 중간재를 개발하게 된다. 새로운 중간재의 개발에 성공하여 획득한 특허권은 최고가 입찰을 통해 중간재의 생산자에게 넘겨진다. 잠재적 중간재 생산자들에 의한 경쟁이 벌어지기 때문에 특허권의 입찰가격은 중간재 생산자에게 돌아갈 모든 이윤의 현재가치의 합과 같아

5) Ethier[1982]의 모형을 기초로 한 이러한 형태의 모형을 Horizontal Product Differentiation Model이라고 하며 Romer[1990], Jones[1995] 등에 의해 발전되었다.

지게 된다. 하지만 중간재의 생산자들은 해당제품의 유일한 생산자이기 때문에 최종재의 생산자로부터 독점이윤을 취할 수 있다. 반면에 최종재는 현존하는 모든 중간재를 투입하고 아울러 노동과 지적자산을 결합하여 생산되며 최종재 시장에서는 완전경쟁이 이루어진다. 한편, 소비자들은 최종재의 소비를 통해 자신의 효용을 극대화하고자 한다.

1. 소비자

본 논문의 모형에서 소비자들은 최종재의 소비자인 동시에 생산과 연구 활동에 자신의 노동력과 더불어 축적된 지적자산을 제공한다. 특히, 소비자들은 자신의 지적자산의 일부를 지적자산의 축적과정에 투입할 수 있다. 즉, 소비자들은 자신의 지적자산을 생산이나 연구 활동에 투입하여 소득을 올릴 수도 있지만 학습 등 자신의 지적수준을 높이기 위한 활동에 투입함으로써 장차 더 높은 지적수준과 그로부터 얻어지는 소득수준을 높일 수도 있다. 특히, 소비자들은 자신의 지적자산 중 일정비율 $[1-v(t)]$을 투입하여 다음의 수식과 같은 방식으로 새로운 지적자산을 축적한다고 가정한다.[6)]

$$H^{'}(t) = \lambda H(t)[1-v(t)] \tag{1}$$

여기서 λ는 소비자들이 자신의 지적자산을 축적하는 효율성을 나타내는 변수로서 나중에 좀 더 자세히 설명하겠지만 학습의 성과를 높이기 위한 교육투자를 통해 향상될 수 있다. 앞서 설명한 바와 같이 학습에 투입되지 않는 지적자산은 연구개발(H_A) 또는 최종재생산(H_Y)에 투입될 수 있다. 이상과 같은 생산 활동에 참여해서 얻어지는 소득과 위의 식 (1)에서 주어진 지적자산 축적을 제약조건으로 하여 소비자들은 다음과 같은 시제간 효용함수를 극대화한다고 가정하자.

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) dt \tag{2}$$

즉, 본 모형에서의 대표적인 소비자는 현시점 $t = 0$에서 무한대(∞) 시점까지[7)] 순간효용 $u(\cdot)$의 현재 값의 합을 극대화한다. 여기서 $\rho > 0$는 시제간 할인율을 나타내며 순간효용함수를 아래와 같이 나타낸다면 $\sigma > 0$는 소비자의 시제간 대체율의 역수에 해당한다.[8)]

---

6) Lucas [1988]와 Segerstrom [1995] 등에서 소개된 이와 같은 방식은 소비자들이 자신의 지적자산의 일부를 학습 등에 투자함으로써 일정한 수준의 지적자산을 축적해갈 수 있다. 또한 지적자산의 축적은 자식들의 교육에 대한 투자로 해석될 수도 있다. 그들의 논문에서는 human capital 한 가지로 지칭될 수 있지만 본 논문에서는 우리말에서는 인적자본, 지적자본, 지식자산 등 여러 용어로 쓰일 수 있으나 꼭 필요한 경우를 제외하고는 지적자산이라는 용어로 통일 하도록 하겠다.
7) 이는 소비자의 생명이 무한하거나 또는 후손들의 소비수준까지 염두에 둔다는 의미가 된다.
8) Jones [1995]에서는 순간효용함수가 $u(c_t) = [\, c_t^{1-1/\sigma} \,]/[1-1/\sigma]$ 로 주어져 있으며 또한 $1/\sigma$은

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

본 논문의 말미에 설명한 부록에서와 같이 소비자의 극대화문제를 풀면 소비자의 시제간 극대화 조건 두 가지를 구할 수 있다. 첫 번째는 소비자의 극대화 소비경로에 관한 다음의 조건이다.[9)]

$$G_c = \frac{1}{\sigma}(r-\rho) \tag{3}$$

여기서 $G_c \equiv c'/c$는 소비의 순간증가율[10)]을 나타내며 r은 이자율을 나타낸다. 이후에 본 논문의 분석을 위해 식 (3)에 나타난 극대화 경로에서 소비의 증가율은 소비자의 시제간 대체율 $1/\sigma$이 커질수록 증가한다는 사실에 주목할 필요가 있다. 예를 들어, 이자율(r)이 증가한다고 하면 현재의 소비는 미래의 소비에 비해서 상대적으로 비싸진다. 그렇기 때문에 일반적으로 이자율이 증가하면 소비자들이 현재의 소비를 줄이고 미래의 소비를 늘리고자 하는 유인이 생긴다. 그러나 소비자가 현재의 소비를 미래의 소비에 비해서 중요하게 느낀다면 그러한 유인은 쉽게 상쇄될 수 있다. 그러나 소비자들의 시제간 대체탄력성이 충분히 높은 경우 또는 σ의 값이 충분히 작은 경우 소비자들은 미래의 소비를 위해 현재의 소비를 기꺼이 줄일 수 있게 된다.[11)] 한편 소비자의 두 번째 시제간 극대화 조건은 지적자산의 축적에 관한 것이며 이는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda + G_{wh} = r \tag{4}$$

여기서 wh는 지적자산을 연구나 생산 활동에 투입하여 얻을 수 있는 임금수준이며 따라서 식 (4)의 극대화 조건은 지적자산축적의 한계생산성(λ)과 지적자산에 대한 임금상승률(wh)의 합이 이자율(r)과 같음을 의미한다. 즉, 식 (4)가 나타내는 지적자산축적의 최적경로는 교육을 통해 추가적으로 늘어나는 지적자산과 그로부터 얻어지는 미래의 추가적인 임금이

상대적 위험선호도를 나타낸다고 표현되어 있다. 그러나 Blanchard & Fischer [1989]에 의하면 식 (2)처럼 적분형태의 효용함수가 시제간 분리합산이 가능할 경우 대체율과 위험선호도는 혼용되는 개념이라 설명하고 있다. 본 논문의 모형에서는 위험요소가 고려되고 있지 않으므로 $1/\sigma$를 시제간 대체율로 간주하도록 하겠다.

9) 만약에 인구가 증가한다면 일인당 소비가 인구증가율에도 영향을 받게 되지만 수식을 간단하게 하기 위해서 본 모형에서는 인구증가율을 0으로 가정하였기 때문에 식 (3)에는 인구증가율이 나타나지 않는다. 그러나 이러한 가정이 본 모형에서 살펴보고자 하는 교육에 대한 투자가 경제성장에 미치는 효과에 대해 다른 결론을 유도하지는 않는다.

10) 이후 본 논문에서 $G_\kappa \equiv \frac{\kappa'}{\kappa}$는 해당변수 κ의 순간증가율을 의미한다.

11) 이와 같은 사실은 나중에 교육의 투자효과를 논의할 때 중요한 의미를 가지게 된다.

현재 생산 활동에 투입되지 않아 상실되는 임금의 기회비용을 보상받을 수 있는 수준에서 결정된다는 것을 의미한다.

2. 생산자

(1) 최종재

본 모형의 최종재 생산자는 소비자가 제공하는 지적자산(H_Y)과 노동(L)을 고용하여 현시점까지 개발된 모든 중간재(x)를 결합하여 소비자를 위한 최종재를 생산한다. 특히, 최종재의 생산함수는 식 (5)처럼 Ethier [1982], Dixit & Stiglitz [1977]와 같은 형태를 기본으로 하며 현시점까지 개발된 모든 중간재 $x(i)$ (여기서, $i \in [0, A]$)는 최종재의 생산에 수평적으로 투입되며 지적자산과 단순노동을 포함한 모든 투입요소에 대한 규모불변[12)]의 성격을 가진다고 가정한다.

$$Y = H_Y^{\alpha} L^{\beta} \int_0^A x(i)^{1-\alpha-\beta} di \qquad 0 < \alpha, \beta < 1 \tag{5}$$

수식을 좀 더 간단하게 만들기 위해 최종재의 가격을 1로 정상화한다면 최종재 부문의 완전경쟁조건을 이용하여 최종재 산업으로부터의 지적자산과 중간재에 대한 각각의 조건부 수요함수를 다음의 두 식과 같이 구할 수 있으며 이 때 $p(i)$는 중간재 i의 가격을 나타낸다.

$$H_Y = \alpha \cdot \frac{Y}{wh} \tag{6}$$

$$p(i) = (1-\alpha-\beta) H_Y^{\alpha} L^{\beta} x(i)^{-(\alpha+\beta)} \qquad \in \forall i \tag{7}$$

(2) 중간재

한편 중간재의 생산자들은 연구·개발자가 개발한 중간재의 제조방법을 구입한 후 이자율 r에 임대한 최종재를 이용하여 중간재를 생산하고 일단 중간재의 생산이 끝나면 투입된 최종재는 원래의 형태로 복원되며 이를 최종재 생산자에게 돌려주게 되는데 이때 감가상각은 발생하지 않는다고 가정한다.[13)] 생산된 중간재는 다시 최종재 생산자에게 공급되며 이때의 공

---

12) 즉, 지적자산, 노동, 중간재의 최종재생산에 대한 기여비율은 각각 α, β, $1-\alpha-\beta$이며 이들의 합은 1이 된다.

13) Romer [1990], Jones [1995] 등에서도 도입된 이와 같은 가정은 최종재와 같은 방식으로 생산되는 자본재가 있음을 의미하며 자본재 생산은 곧 소비재의 생산을 대체하는 것이며 따라서 자본재의 임대비용은 시장 이자율 r과 같게 된다.

급가격은 식 (7)에도 나타난 $p(i)$이고 따라서 중간재 생산자는 다음과 같은 운영이익을 극대화하게 된다.

$$\pi(i) = p(i) \cdot x(i) - r \cdot x(i) \tag{8}$$

그런데 앞서의 식 (7)을 식 (8)에 이용하면 중간재 생산자의 표시가격(Markup Price)을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p(i) = p = \frac{r}{1-\alpha-\beta} \tag{9}$$

여기서 식 (9)는 모든 중간재 i의 표시가격이 대칭임을 보여주며 따라서 식 (7)과 식 (8)에 나타난 모든 중간재 i의 수요와 운영이익 역시 대칭임을 나타낸다. 특히, 중간재 수요에 대한 이러한 대칭성은 주어진 시점에서 중간 자본재의 축적량을 나타내는 간편한 수식을 다음과 같이 제공한다.

$$K = \int_0^A x\, di = A \cdot x \tag{10}$$

또한 식 (10), 식 (9), 식 (7)을 함께 이용하면 이자율을 표현하는 수식도 다음과 같이 간편하게 구할 수 있다.

$$r = (1-\alpha-\beta)^2 \cdot \frac{Y}{K} \tag{11}$$

3. 연구개발

마지막으로 이 모형에서의 연구·개발자들은 기존에 축적된 지식(A)을 바탕으로 소비자들로부터 고용한 지적자산(H_A)을 투입하여 다음과 같은 방식으로 새로운 중간재를 개발한다고 가정한다.

$$A' = \delta A^{\phi} H_A \tag{12}$$

Romer [1990]에서 처음 도입된 이와 같은 연구개발 함수는 각각의 연구·개발자들은 그 이전에 축적된 기술개발지식을 공공재로 활용한다는 것을 의미하며 이때 $\delta > 0$는 연구·개발 분야의 생산성을 나타내는 변수이다. 또한 식 (12)에 나타난 $0 < \phi < 1$은 연구·개발 분야에서의 외부효과를 나타내는 변수로서 Jones [1995] 에서 처음 도입되었으며 규모효과(Scale

Effect)를 제거하는 역할을 하게 된다.[14] 비록 연구·개발자들이 이전에 개발된 지식을 공공재로서 자유롭게 이용할 수는 있지만 연구·개발에 고용되는 지적자산에 대해서는 임금을 지불해야 할 것이다. 만약 연구·개발 분야에 대한 진입장벽이 없는 것으로 가정한다면 지적자산에 대한 임금수준은 연구·개발 분야에서의 지적자산의 한계생산성가치와 같아야 할 것이다. 따라서 지적자산에 대한 임금수준은 다음과 같이 표시될 수 있으며 이때 P_A는 개발된 중간재에 대한 특허권의 가격을 나타낸다.

$$w_h = P_A \delta A^{\phi} \tag{13}$$

그런데 개발된 중간재의 생산을 원하는 생산자는 무수히 많을 것이기 때문에 중간재 생산을 위한 특허권의 가격은 중간재 생산자가 취할 수 있는 모든 이익의 현재 할인 값의 합과 같아질 것이다. 따라서 중간재 생산을 위한 특허권의 가격은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$P_A = \int_0^{\infty} e^{-\int_0^t r(s)ds} \pi(t)dt$$

위의 식을 시간에 대해서 미분하고 이를 다시 원래의 식으로 나누어 정리하면 내생적 성장모형에서 흔히 볼 수 있는 다음과 같은 형태의 무차익 조건(No Arbitrage Condition)을 구할 수 있다.[15]

$$r = \frac{\pi}{P_A} + G_{P_A} \tag{14}$$

Ⅲ. 정상상태균형(Steady State Equilibrium)

이제부터는 앞서 설명한 모형의 정상상태균형을 구해보도록 하자. 우선 식 (3)에서 균형소비경로가 일정수준을 유지한다는 사실을 상기하면 최적균형경로 상에서 이자율도 일정한 값을 갖게 됨을 알 수 있다. 이러한 사실을 식 (11)에 적용하여 이 식을 시간에 대해 미분하고 이를 다시 원래의 식으로 나누면 정상상태에서 Y와 K의 성장률이 같아지는 것을 알 수 있다. 또한 $C \equiv cL$을 경제전체의 소비수준이라고 표시하면 본 모형에서 자본재의 축적은 소

14) Jones에서는 $\phi < 1$로 가정되어 음(-)의 외부효과영역 $\phi < 0$ 까지를 포함하고 있으나 그러나 이러한 외부불경제의 영역이 규모효과를 제거하는데 필수적인 것은 아니기 때문에 본 논문에서는 단순히 $\phi > 0$인 부분만 고려하도록 하겠다.

15) 식(3) 직후의 각주에서 설명하였듯이 G_{P_A}는 특허권의 가격(P_A)의 변화율이다. 본 모형에서는 시간이 지남에 따라 중간재의 종류(A)가 늘어나기 때문에 그에 대한 특허권의 가격(P_A)도 시간이 지남에 따라 변하게 된다.

비되지 않은 최종재를 나타내기 때문에[16] 자본재 축적을 $K^{'} = Y - C$ 라는 수식으로 나타낼 수 있다. 이 식의 양변을 K로 나누고 정상상태균형에서 K의 증가율이 일정하다는 사실을 고려하면 우리는 다음과 같은 등식을 구할 수 있다.

$$\frac{Y}{Y-C}\frac{Y^{'}}{Y} - \frac{C}{Y-C}\frac{C^{'}}{C} = \frac{K^{'}}{K}$$

그런데 앞서 언급하였듯이 정상상태에서 Y와 K의 성장률이 같기 때문에 위의 등식이 성립되기 위해서는 양의 균형 값을 갖는 Y, K, C의 성장률이 같아져야 하며 따라서 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$G_Y = G_K = G_C \tag{15}$$

그런데 식 (12)를 $G_A \equiv A^{'}/A = \delta A^{\phi-1} H_A$라 고쳐 쓰고 정상상태 균형에서 G_A가 일정하다는 사실을 이용하여 이 식을 시간에 대해 미분하고 이를 다시 원래의 식으로 나눈다면 우리는 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$G_A = \frac{1}{1-\phi} G_{H_A} = \frac{1}{1-\phi} G_H \tag{16}$$

여기서 두 번째 등식은 정상상태균형에서 일정한 비율의 지적자산이 연구·개발에 투입된다는 사실에 기인하는 것으로 이에 대해서는 이 절의 끝에서 다시 설명하도록 할 것이다. 한편 식 (10)을 시간에 대해 미분하고 이를 원래의 식으로 나눈 뒤 식 (15)의 등식관계를 이용한다면 우리는 다음과 같은 관계식도 구할 수 있다.

$$G_Y = G_A + G_x \tag{17}$$

또한 식 (7)에서 모든 중간재의 가격이 대칭적이라는 사실을 감안하고 그 식을 시간에 대해 미분한 뒤 이를 다시 원래의 식으로 나눈다면 다음의 관계식을 구할 수 있다.

$$G_x = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} G_H$$

이를 다시 식 (17)에 대입하면 다음의 식을 구할 수 있다.

16) 중간재 생산자의 이윤을 나타낸 식 (8) 이전의 각주를 참조하기 바란다.

$$G_Y = G_A + \frac{\alpha}{\alpha+\beta} G_H$$

또한 식 (16)을 이용하면 위의 식은 다시 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$G_Y = \left(\frac{1}{1-\phi} + \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right) G_H \tag{18}$$

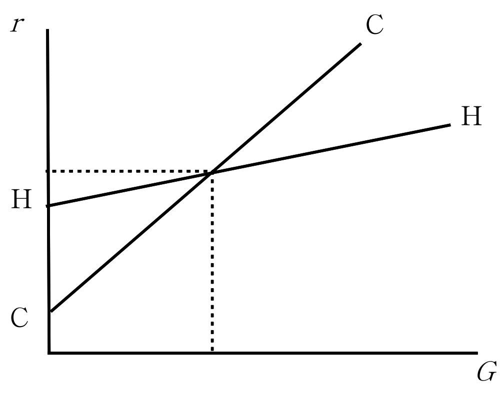
그런데 식 (18)은 본 논문의 모형에서 경제성장이 지적자산의 축적에 의해 비롯된다는 것을 보여준다. 즉, 본 모형에서 늘어나는 지적자산은 연구·개발 또는 최종재 생산에 추가적으로 투입될 수 있으며 식 (18)의 우변의 괄호 안의 두 항목은 각각의 경로를 통한 경제성장을 의미한다. 한편, 식 (6)을 미분하면 $G_{wh} = G_Y - G_H$의 관계를 구할 수 있는데 식 (18)을 이에 대입하면 다음과 같은 관계를 구할 수 있다.

$$G_{wh} = \left(\frac{1}{1-\phi} - \frac{\beta}{\alpha+\beta}\right) G_H$$

이를 다시 식 (4)에 대입하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\lambda + \left(\frac{1}{1-\phi} - \frac{\beta}{\alpha+\beta}\right) G_H = r \tag{19}$$

이는 식(4)와 마찬가지로 지적자산의 축적에 대한 시제간 최적화를 위한 이자율의 조건을 나타내고 있다. 좌변의 괄호 안에 있는 항목은 0 보다 크기 때문에 이 식은 지적자산의 축적률과 이자율 사이에는 양의 관계가 존재함을 보여준다. 아래의 [그림 1]에서 직선 HH는 식 (19)의 관계를 $r - G_H$ 평면에 나타낸 것이며 이 직선의 양(+)의 기울기는 위에서 언급한 이자율(r)과 지적자산 축적률(G_H) 사이의 양(+)의 관계를 의미한다.



[그림 1] 정상상태 균형에서의 최적 지식자산 축적속도

한편, 앞서 경제전체의 소비수준은 $C \equiv cL$로 정의했으나 인구성장률을 0으로 가정했기 때문에 $C'/C \equiv c'/c$로 쓸 수 있다. 따라서 식 (3)에서의 c는 C로 고쳐서 쓸 수도 있으며 식 (15)의 등식관계를 적용하여 식 (3)을 식 (18)에 대입하면 소비 증가율에 대한 시제간 최적화를 위한 이자율 조건을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma\left(\frac{1}{1-\phi}+\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)G_H+\rho=r \tag{20}$$

여기서도 좌변의 괄호 안의 값이 0보다 크기 때문에 지적자산의 축적속도와 이자율 사이에 양(+)의 관계가 존재함을 알 수 있다. 위의 [그림 1]에 나타난 직선 CC는 식 (20)의 관계를 $r-G_H$ 평면에 나타내는 것으로 이 직선의 기울기는 양(+)으로 나타나게 된다. 직선 CC의 기울기에 대한 또 하나의 중요한 사실은 σ의 값과의 관계이다. 즉, σ값이 작아지면 직선 CC의 기울기도 감소하는데 그 이유는 다음과 같이 설명될 수 있다. 본 모형에서 이자율이 올라가면 소비자는 자신의 현재소비를 줄이려고 할 것이다. 그런데 시제간 대체탄력성의 값이 클수록 미래소비로의 대체가 훨씬 쉬워지며 따라서 직선 CC의 기울기는 감소하게 된다.

본 모형에서 균형이자율과 인적자본의 축적률은 직선 CC와 직선 HH가 교차하는 점에서 결정된다. 비록 위의 [그림 1]은 직선 CC가 직선 HH를 아래에서 위로 교차하며 지나가는 것으로 그려져 있으나 위에서 언급한 바와 같이 σ의 값이 작아지면 직선 CC의 기울기가 감소하게 될 것이며 따라서 충분히 낮은 σ 값 이하에서는 직선 CC가 직선 HH를 위에서 아래로 통과하게 될 것이다. 실제로 이와 같은 일은 다음과 같이 정의되는 σ_0 이하의 값에서 발생하게 된다.

$$\sigma \ < \ \sigma_0 \ \equiv \ \left(\frac{\phi}{1-\phi}+\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)/\left(\frac{1}{1-\phi}+\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right) \ < \ 1. \tag{21}$$

그림에서 두 직선이 교차하는 균형에서의 인적자본 축적률은 식 (19)와 식 (20)을 함께 풀어서 다음과 같은 수식으로 나타낼 수 있다.

$$G_H=\frac{\lambda-\rho}{1+(\sigma-1)\left(\frac{1}{1-\phi}+\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)} \tag{22}$$

그런데 식 (1)으로부터 $G_H/\lambda=1-v$라고 표시할 수 있으며 $1-v$는 지적자산 중 교육 등 지적자산의 축적에 투입되는 비율을 의미한다. 따라서 식(22)의 균형 지적자산 축적률이 양의 값을 갖기 위해서는 $0<G_H/\lambda<1$가 성립되어야 한다. 그렇지 않으면 교육에 투입되는

지적자산의 비율은 0 또는 1이 되며 이 경우에 경제성장률도 0이 된다. 따라서 이하의 분석에서는 $0 < v < 1$의 조건이 만족된다고 가정한다.17)

본 모형의 정상상태 균형에 대한 풀이과정을 완결하기 위해서는 마지막으로 연구개발과 최종재 생산에 투입되는 지적자산의 비율을 정해야 한다. 이를 위해서 우선 식 (13)의 양변에 H_A를 곱하고 식 (12)의 관계를 이용하면 식 (13)을 $w_h \cdot H_A = P_A \cdot A'$로 고칠 수 있다. 여기에 식 (14)를 이용하여 P_A를 고쳐 쓴 뒤 정리하면 식 (13)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$w_h \cdot H_A = \frac{A'/A}{r - P_A'/P_A} \cdot \pi A \tag{23}$$

그런데 식 (9)를 식 (8)에 대입하고 식 (6)과 식 (7)을 이용하면 다음과 같은 관계를 구할 수 있다.

$$\pi A = \frac{(\alpha+\beta)(1-\alpha-\beta)}{\alpha} \; w_h \cdot H_Y \tag{24}$$

이 때 s를 연구개발에 투입되는 지적자산의 비율이라 정의하고 식 (24)를 식 (23)에 대입하여 정리하면 다음을 구할 수 있다.18)

$$\frac{s}{1-s} = \frac{H_A}{H_Y} = \frac{A'/A}{r - P_A'/P_A} \cdot \frac{(\alpha+\beta)(1-\alpha-\beta)}{\alpha} \tag{25}$$

그러나 위에서 이용한 $w_h \cdot H_A = P_A \cdot \dot{A}$의 조건을 이용하면 다음의 관계를 구할 수 있다.

$$G_{P_A} = G_{w_h} + G_H - G_A \tag{26}$$

또한 식 (6)에 의하면 다음과 같은 관계가 성립함을 알 수 있다.

$$G_{wh} = G_Y - G_H \tag{27}$$

---

17) 예를 들어, $\sigma = 1$인 경우에는 $0 < \rho < \lambda$라는 조건이 필요하며 그 밖의 σ 값에 대해서는 좀 더 복잡한 조건이 필요하다.

18) 앞서서 언급한 바와 같이 인적자본의 축적에 투입되지 않고 연구개발이나 최종재 생산에 투입되는 지적자산의 비율은 vH이다. 따라서 여기서의 s는 vH 중에서의 비율을 나타낸다.

이 식 (27)을 식 (26)에 대입하면 다음을 구할 수 있다.

$$G_{P_A} = G_Y - G_A$$

마지막으로 위의 식을 식 (3), 식 (15), 식 (16), 식 (18), 식 (22)와 함께 식 (25)에 대입하여 풀면 s의 값은 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$s = \frac{1}{1+\Omega}$$

그런데 위에서 가정한 $0 < G_H/\lambda < 1$의 조건이 성립된다면 위의 식에서 이용한

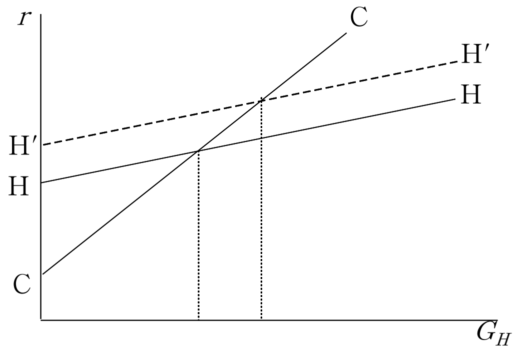
$$\Omega = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)(1-\alpha-\beta)} \frac{(\sigma-1)\lambda + (\sigma-1)(1-\phi)\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}\lambda + (1-\phi)\rho}{\lambda-\rho} + 1$$

가 항상 양의 값을 가지게 됨을 알 수 있다.

Ⅳ. 교육투자의 효과에 대한 비교동학

이번 장에서는 교육에 대한 투자가 경제성장률에 미치는 효과에 대해서 알아보고자 한다. 앞서도 언급하였지만 본 논문에서 교육에 대한 투자와 연결될 수 있는 변수는 λ라고 할 수 있다. λ의 값이 커진다는 것은 사람들이 지적자산의 축적에 있어 그만큼 더 효율적이 된다는 것을 의미한다. 즉, 전체지적 자산 중 일정한 비율인 $1-v$ 만큼을 지적자산의 축적에 투입하지만 그로부터 얻어지는 추가적인 지적자산은 λ가 커질수록 더 많아지기 때문에 그 만큼 지적자산 축적의 효율성이 높아진다는 뜻이 된다. 그런데 이와 같은 지적자산 축적의 효율성 증대는 교육에 대한 투자를 통해서 이루어질 수 있다. 예를 들어, 좋은 시설의 학교나 도서관을 짓는다거나 컴퓨터나 실험장비 등 교육기자재를 확충한다거나 하는 교육시설투자를 의미할 수 있다. 또한 개인적으로도 대학에 진학한다거나 아니면 심지어 학원에 간다거나 하는 것도 모두 자신의 지적자산의 축적에 대한 효율을 높이기 위한 것으로 간주할 수 있다. 따라서 본 모형에서 교육투자에 따른 효과는 λ의 값이 증가할 때 경제전체의 후생수준이 어떻게 변하는지를 알아보는 것과 마찬가지가 된다. 그런데 식 (18)에서 보면 본 모형의 경제성장률은 지적자산 축적률의 일정비율로 표시될 수 있음을 알 수 있다. 따라서 본 모형에서의 경제성장률의 변화는 식 (22)의 지적자산의 균형성장률의 변화를 살펴보는 것과 마찬가지이며 λ의 값이 증가할 때 지식자산의 균형성장률이 변하는 것은 추가적인 교육투자의 성장효과를 나타내게 된다.[19)]

그런데 식 (22)에서 λ의 값이 증가할 때 지식자산의 균형성장률이 증가하기 위해서는 분모가 0보다 크다는 조건이 성립하여야 한다. 그런데 식 (22)의 분모가 0보다 크기 위해서는 σ의 값이 식 (21)에서 정의된 σ_0보다 커야하며 이는 소비의 시제간 대체율이 일정수준 이하이어야만 한다는 뜻이다.



[그림 2] $\sigma > \sigma_0$인 경우의 교육투자 효과

위의 [그림 2]는 $\sigma > \sigma_0$일 때 λ의 값이 증가하는 경우 균형이자율과 지적자산축적률에 나타나는 변화를 나타내고 있다. 앞서도 언급하였듯이 $\sigma > \sigma_0$인 경우 직선 CC는 직선 HH를 아래에서 위로 통과하게 된다. 그런데 직선 HH를 나타내는 식 (19)를 보면 λ의 값이 증가할 때 직선 HH가 위로 이동하게 됨을 알 수 있다. 따라서 이 경우 [그림 2]에서 보는 바와 같이 균형이자율과 지적자산의 축적률이 모두 증가하게 된다. 이러한 현상의 발생 원인을 좀 더 자세히 알아보기 위해서는 균형성장률을 나타내는 식 (22)를 얻기 위해 식 (19)와 식 (20)을 결합하였다는 사실을 상기할 필요가 있다. 즉, 식(22)는 다음과 같은 식으로 다시 쓸 수도 있다.

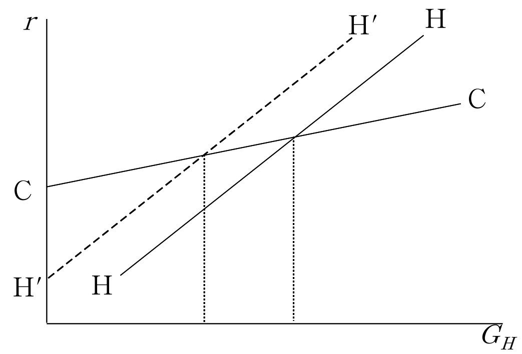
$$\lambda + \left(\frac{1}{1-\phi} - \frac{\beta}{\alpha+\beta}\right) G_H = \sigma\left(\frac{1}{1-\phi} + \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right) G_H + \rho \qquad (28)$$

이 식의 좌변은 식 (19)에서 온 것이며 이는 또한 이 식은 지식자산의 축적을 위한 극대화 경로인 식 (4)에서 온 것이다. 또한 식 (28)의 우변은 식 (20)으로부터 온 것이며 이는 또한 소비자의 극대화 경로를 나타내는 식 (3)에서 온 것이다. 우선 식 (20)의 좌변을 식 (4)와 연결하여 생각해보면 교육투자를 통해 λ의 값이 커진다면 이자율의 상승을 불러오게 된다. 그런데 식(9)에서 알 수 있듯이 이자율이 높아지면 중간재의 가격이 상승한다는 것을 알 수

19) 물론 λ값은 여러 요인에 의해서 영향을 받을 수 있으며 따라서 λ값의 증가를 교육투자의 효과로 연결시키는데 무리가 따른다는 심사자의 지적이 있었음을 밝혀둔다. 그러나 저자는 여전히 교육투자가 λ값에 영향을 미치는 가장 중요한 요인 중에 하나라고 믿는다.

있다. 다른 조건이 일정한 가운데 중간재의 가격이 증가하게 되면 이는 최종재 생산자에게 생산비용의 상승을 의미하기 때문에 최종재의 생산을 줄이려는 유인을 제공한다. 그렇게 되면 최종재의 생산에 투입되는 지적자산의 수요도 함께 줄어들게 될 것이다. 한편 최종재 생산에 투입되는 중간재 수요의 감소는 중간재 생산자의 이윤을 줄어들게 할 것이며 따라서 이는 중간재 생산자의 모든 독점이윤의 현재 할인 값과 같은 특허권의 가격을 줄이게 될 것이다. 이는 연구개발자들이 새로운 중간재를 개발하여 얻을 수 있는 이윤이 줄어든다는 뜻이며 이는 연구개발 활동이 그 만큼 덜 매력적이 된다는 의미이다. 따라서 이자율의 상승은 최종재 생산에서뿐만 아니라 연구개발 분야로부터의 지적자산에 대한 수요를 줄이게 된다.

그러나 식 (28)의 우변은 지적자산의 수요에 영향을 미치는 또 다른 경로가 있음을 보여준다. 즉, 식 (28)의 좌변에서 비롯된 이자율의 상승은 그 만큼 현재소비에 대한 대가가 커짐을 의미하며 따라서 소비자들은 현재소비를 줄이고 대신에 미래소비를 증가시키려 할 것이다. 식 (15)에서 보듯이 소비의 증가율은 최종재 생산의 증가율과 같으며 다시 식 (18)에서 보듯이 최종재 생산의 증가율은 연구개발과 중간재 생산에서의 지적자산에 대한 수요의 증가를 불러오게 된다. 결국 이자율의 상승이 지적자산의 수요에 미치는 최종 영향은 위의 두 가지 반대효과 가운데 어느 쪽이 더 강한지에 따라서 결정된다. 그런데 앞서도 설명하였듯이 이자율이 높아졌다고 하더라도 $\sigma > \sigma_0$인 경우, 즉, 소비자의 시제간 대체율이 일정수준 이하인 경우, 소비자가 현재소비를 줄여 미래소비로 대체하는 정도가 완화될 것이며 따라서 소비증가도 크지 않다. 이럴 경우, 현존하는 지적자산에 대한 생산 활동으로부터의 수요가 낮아지고 남는 지적자산은 스스로의 축적에 투입되어 위의 [그림 2]에서 보는 바와 같이 더 빠른 속도의 지적자산 축적으로 이어지며 결국 경제성장의 촉진을 불러온다.



[그림 3] $\sigma < \sigma_0$인 경우 교육투자의 효과

반면에 $\sigma < \sigma_0$인 경우에는 위에서와 반대로 지적자산에 대한 수요를 증대시키는 힘이 수요를 감소시키는 힘보다 크기 때문에 지적자산에 대한 전체적인 수요의 증대가 발생하게 된다. 즉, 교육에 대한 투자를 통한 교육효율의 증대는 이자율 상승을 불러오며 이는 최종재

생산이나 연구개발 분야로부터의 지적자산에 대한 수요를 감소시키게 된다. 그러나 이자율의 상승은 또한 소비자로 하여금 현재소비에 대한 비용이 상승하는 것을 의미하며 따라서 현재소비를 줄이고 미래의 소비를 늘리려는 유인을 제공한다. 그런데 $\sigma < \sigma_0$인 경우 즉, 현재와 미래소비의 대체탄력성이 충분히 높은 경우, 현재소비를 줄여 미래소비를 늘리는 정도가 커지며 소비의 증가율은 또한 높아지게 된다. 따라서 생산부문에서의 지적자산 수요의 감소에도 불구하고 성장률이 높아야 하기 때문에 전체적인 지적자산의 수요는 증가하게 될 것이다. 위의 [그림 3]은 $\sigma < \sigma_0$이어서 직선 CC가 직선 HH를 위에서 아래로 통과하게 되는 경우를 나타내며 교육효율의 증대로 λ값이 증가하여 직선 HH가 위로 이동하면 균형 지적자산 축적률이 하락하게 되고 결국 경제성장률도 감소하게 된다.

Ⅴ. 논문의 기여와 한계

본 논문에서 언급한 교육투자에 따른 경제적 효과에 대한 설명은 수학적 모형으로부터 나온 결론에 대한 하나의 흥미로운 해석이지만 그 밖에도 본 논문의 모형은 다음과 같은 추가적인 성과를 가진다. 우선 Jones [1995]는 1세대 내생적 성장모형의 문제점인 규모효과(Scale Effects)를 제거하는 데는 성공하였지만 장기경제성장률이 인구증가율이라는 외생적 변수에 의해서만 결정되는 단점을 이유로 준(Semi) 내생성장이라는 용어를 사용하였다. 그러나 본 논문에서는 Jones [1995]와 같이 규모효과가 없으면서도 경제성장률이 내생적으로 결정되는 지적자산의 축적률에 영향을 받는다. 이는 물론 수학적 복잡성을 피하기 위하여 인구증가율을 0으로 가정하였기 때문이지만 설령 인구성장률이 0이 아니라 하더라도 내생적으로 결정되는 지적자산의 축적률이 경제성장에 여전히 영향을 미치기 때문에 Jones [1995] 보다는 진일보 한 것이라 할 수 있다.[20] 즉, Jones [1995]에서는 외생적 변수에 의해서만 경제성장률이 결정되지만 본 논문의 모형은 인구증가율과 더불어 다른 내생적 변수도 경제성장률을 결정할 수 있게 된다. Segerstrom [1995] 역시 규모효과가 없는 모형에서 지식자산의 축적률이 경제성장률을 결정하는 모형을 제시한 바 있다. 그러나 그의 모형에서는 기술개발이 수직적으로 일어나는 Schumpeter 방식[21]을 가정하고 있다. 따라서 본 모형은 Jones [1995]와 같은 수평적 기술개발의 형태를 가지고도 Segerstrom [1995]과 유사한 결론을 도출했다는 의의도 가질 수 있다.

또한 본 논문의 모형은 Jones [1995]나 Segerstrom [1995] 과는 달리 소비자의 시제간 대체탄력성의 역할에 중요성을 부여했다는 추가적인 특징을 가지고 있다. 이미 앞서서 설명했지

---

20) 앞서도 설명하였지만 인구성장률을 0으로 설정하지 않더라도 지적자산의 축적률에 의해서 경제성장률이 결정되는 특징이 변하지 않는다. 다만 인구성장률이 0이 아닌 경우는 σ_0의 값이 더 복잡한 형태를 띠게 된다.

21) 창조적 파괴라는 Schumpeter의 설명과 같이 새로운 기술이 개발되면 그 이전에 개발된 기술이 무용지물이 되는 방식으로 앞서 설명한 Quality Ladders모형이 이에 해당된다.

만 소비자가 이자율의 변화에 따라 현재와 미래의 소비비율을 결정함에 있어서 시제간 대체 탄력성은 분명히 중요한 고려사항이 될 수 있다. 앞서서 언급한 교육에 대한 투자도 그렇지만 그 밖의 다른 의사결정에 있어서도 소비자가 현재의 소비를 줄여 자신이나 자식들의 미래소비를 얼마나 늘릴 수 있는지가 영향을 줄 수 있다. 특히나 우리 사회와 같이 현재의 자신을 희생하고서라도 후대의 후생수준에 높은 가치를 두는 상황에서는 더욱 그럴 수 있다. 물론 시제간 대체탄력성의 역할이 본 논문의 특별한 설정에 따른 것인지 알아보기 위해서는 좀 더 다양한 시각의 검토와 새로운 모형들이 시도되어야 하겠지만 적어도 본 논문의 모형은 그러한 방향의 연구가 중요함을 시사하고 있다.

소비자의 시제간 대체탄력성의 역할에 대한 좀 더 많은 연구가 필요한 것과 마찬가지로 본 논문은 현재 상태에서 다른 여러 한계점 또한 있는 것이 사실이다. 우선 Deaton[1992]도 지적한 바와 같이 소비자의 시제간 대체탄력성에 관한 실증적 연구가 매우 부족한 현실이기 때문에 본 논문에서 제시된 결론은 하나의 가능성으로만 남는다. 따라서 본 논문의 결론에 대한 실증적 분석은 여전히 숙제로 남는다. 또한 본 논문의 비교동태 분석에서 사용된 변수인 λ는 지적자산 축적의 효율성 변수로서 교육투자에 의해 그 값이 변한다고 가정할 수 있으며 따라서 교육투자의 효과를 측정할 수 있다. 그러나 교육이외의 다른 변수들이 없기 때문에 조세나 정부지원 등 다른 정책변수들의 효과를 논의할 수 없는 단점이 있다. 즉, Jones [1995]가 사용한 준(Semi) 이라는 용어를 진정으로 떨쳐버리기 위해서는 좀 더 다양한 정책의 효과를 나타낼 수 있는 변수가 추가될 수 있어야 할 것이다.

참고문헌

윤상하, 「우리나라 교육투자 효율성 낮다」, 『LG 주간경제』, 34-39, LG 경제연구원, 2006. 4. 19.

조하현, 「거시경제학의 최근 동향: 내생적 성장이론」, 『경제학연구』, 제44집 제1호, 157-190, 1996.

Aghion, P. and P. Howitt, "A Model of Growth Through Creative Destruction", *Econometrica*, 60, 323-351, 1992.

Blanchard, O. and S. Fischer, *Lectures on Macroeconomics*. Cambridge: MIT Press, 1989.

Deaton, Angus, *Understanding Consumption*. New York: Oxford University Press Inc. 1992.

Dixit, A. and J. Stiglitz, "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity", *American Economic Review*, 67, 297-308, 1997.

Ethier, Wilfred J. "National and International Returns to Scale in the Modern Theory of International Trade", *American Economic Review*, 72, 389-405, 1982.

Grossman, Gene M. and Elhanan Helpman, "Quality Ladders in the Theory of Growth", *Review of Economic Studies*, 58, 43-61, 1991.

Jones, C. "R&D-Based Models of Economic Growth", *Journal of Political Economy*, 103, 757-784, 1995.

Lucas, Robert E. Jr. "On the Mechanics of Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, 22, 3-42, 1998.

Romer, Paul M. "Endogenous Technological Change", *Journal of Political Economy*, 98, S71-S102, 1990.

Segerstrom, Paul S. "Endogenous Growth Without Scale Effects", *American Economic Review*, 88, 1290-1310, 1998.

Segerstrom, Paul S., Anant, T., and Dinopoulos, E. "A Schumpeterian Model of the Product Life Cycle", American Economic Review, 80, 1077-1092, 1990.

부록

본 논문의 모형에서 대표적인 소비자는 본문의 식(2)에 주어진 시제간 효용함수를 극대화함에 있어서 다음과 같이 주어진 동태적 예산제약과 인적자산의 축적방식을 가정한 본문의 식 (1)을 제약조건으로 한다.

$$K^{'} = rK + w_l L + w_h\, v\, H + P_A A^{'} + A\pi - cL$$

이와 같은 극대화 문제를 풀기위한 해밀턴 함수(Hamiltonian Function)는 다음과 같이 주어질 수 있다.

$$\Gamma \equiv e^{-\rho t}\frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}+\mu_1[rK+w_lL+w_hvH+P_A\dot{A}+A\pi-cL]+\mu_2[\lambda H(1-v)]$$

극대화 원리에 따른 첫 번째 동반상태변수(Costate Variable) μ_1의 운동방정식(Equation of motion)은 다음과 같다.

$$-\mu_1^{'}=\frac{\partial\Gamma}{\partial K}=\mu_1 r$$

이를 다시 정리하면 다음을 구할 수 있다.

$$\frac{\mu_1^{'}}{\mu_1}=-r \tag{A1}$$

한편 소비경로에 대한 제1차 극대화조건은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial c}=e^{-\rho t}c^{-\sigma}-\mu_1 L=0$$

이를 다시 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$e^{-\rho t}c^{-\sigma}=\mu_1 L \tag{A2}$$

식 (A2)를 시간에 대해서 미분하면 다음의 식으로 표시할 수 있다.

$$-\rho e^{-\rho t}c^{-\sigma}-\sigma e^{-\rho t}c^{-\sigma-1}c^{'}=\mu_1^{'}L+\mu_1 L^{'} \tag{A3}$$

식 (A3)를 식 (A2)로 나누면

$$-\rho-\sigma\frac{c^{'}}{c}=\frac{\mu_1^{'}}{\mu_1}+\frac{L^{'}}{L}$$

위 식의 우변의 마지막 항은 인구증가율을 나타내나 본문에서 언급한데로 수식의 간편성을 위하여 인구증가율을 0으로 가정하여 이를 삭제한다면 위의 식은 본문의 식 (3)과 같아진다.

한편, 두 번째 동반상태변수 μ_2에 대한 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$-\mu_2' = \frac{\partial \Gamma}{\partial H} = \mu_1 w_h v + \mu_2 \lambda (1-v) \tag{A4}$$

변수 v에 대한 제1차 충분조건은 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial v} = \mu_1 w_h H - \mu_2 \lambda H = 0$$

이를 다시 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mu_1 = \frac{\lambda}{w_h} \mu_2 \tag{A5}$$

이 식 (A5)를 시간에 대해 미분하고 이를 다시 원래의 식 (A5)로 나누면 다음의 관계식을 구할 수 있다.

$$\frac{\mu_1'}{\mu_1} = \frac{\mu_2'}{\mu_2} - \frac{w_h'}{w_h} \tag{A6}$$

한편 식 (A1)을 식 (A5)에 대입하면 다음을 구할 수 있다.

$$-\frac{\mu_2'}{\mu_2} = r - \frac{w_h'}{w_h} \tag{A7}$$

또한 식 (A5)를 식 (A4)에 대입하고 정리하면 다음을 구할 수 있다.

$$\lambda = -\frac{\mu_2'}{\mu_2}$$

마지막으로 식 (A7)를 위의 식에 대입하면 본문의 식 (4)와 같아진다.