

# 다중체계를 갖는 내생적 국면전환모형을 이용한 한국 주식시장의 변동성 분석\*

최 용 옥\*\*

본 논문은 Chang *et al.*(2017)의 내생적 국면전환(Endogenous Regime Switching) 모형을 다중체계(multiple states)를 갖는 모형으로 확장한다. 본 연구에서 제시하는 다중체계를 갖는 국면전환모형은 전이확률에 과도 식별제약(over-identifying restriction)을 부여하여 모형 설정(model specification)의 오류의 가능성을 높이지만, 동시에 추정해야 하는 모수의 개수를 많이 줄일 수 있기 때문에 국면의 개수가 많을 때에도 안정적으로 추정이 가능하다는 장점이 있다. 시뮬레이션을 통해서 변동성 분석 모형의 경우에 과도 식별제약이 추정량의 편의를 발생시키지 않으며 오히려 효율성을 증대시키는 것을 확인하였고, 지렛대 효과(leverage effect)와 같은 내생적 피드백 채널을 반영하는 것의 필요성을 확인하였다. 실증분석으로 1997년 이후 일별 KOSPI 초과수익률 자료를 사용하여 국내 주식시장의 변동성을 다중체계를 갖는 국면전환모형으로 적합시킨 결과, 국면의 개수를 극단적으로 16개까지 상정하더라도 안정적으로 추정되는 것을 확인하였다. 국내 주식시장의 변동성에는 지렛대 효과가 강하게 있는 것으로 분석되었으며, 추정 결과로부터 해당 기간 동안의 국면의 개수는 4개 이상으로 파악되며 변동성의 크기에 상하한 경계가 있는 것으로 보인다.

**핵심주제어:** 내생적 국면전환모형, 다중체계 국면전환모형, 변동성, 마코프 체인, 지렛대 효과

**경제학문헌목록 주제분류:** C13, C32

## I. 서론

국면전환(regime switching) 모형은 금융 및 경제 시계열 분석에서 광범위하게 사용되어 왔다. 대부분의 국면전환모형에서는 상태과정(state process)이 두

\* 이 논문은 2017년 대한민국 교육부와 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (NRF-2017S1A5A8021941).

\*\* 중앙대학교 경영경제대학 경제학부 조교수, 전화: (02) 820-5548, E-mail: choiyongok@cau.ac.kr

논문투고일: 2019. 10. 29    수정일: 2019. 11. 6    게재확정일: 2019. 11. 10

가지 국면 중에서 하나를 결정하고, 이에 따라 관심의 대상이 되는 시계열의 평균이나 분산이 달라지는 것을 모형한다. 두 개의 값을 갖는 상태과정은 일반적으로 마코프 연쇄(markov chain)로 모형화된다. 시계열의 평균이 국면에 따라서 달라지는 모형은 Hamilton(1989)에 의해 제안되었고, 후에 Kim(1994)에서 더 연구되었다. 그 후로도 마코프 연쇄를 이용한 국면전환모형은 회귀 모형이나 변동성 모형과 같은 보다 일반적인 종류의 모형으로 확장되어 널리 사용되었다. 이들 모형의 통계적 성질은 Hansen(1992), Hamilton(1996), Garcia(1998), Timmermann(2000), Cho and White(2007)들에 의해서 연구되었다. 최근에는 내생적 설명변수를 가진 국면전환모형을 Kim(2004, 2009)에서 제안하였다.

마코프 연쇄를 이용한 국면전환모형이 널리 사용되고 그 유용성이 증명되었음에도 불구하고, 전통적으로 사용되는 모형에서는 여러 가지 단점이 있다. 가장 중요하게는 아주 소수의 연구<sup>1)</sup>를 제외하고 마코프 연쇄가 결정하는 국면이 모형의 다른 모든 부분과 완전히 독립적으로 결정된다는 비현실적인 가정을 한다는 점이다. 다음 기의 국면전환이 이번 기의 국면에만 의존할 뿐, 고려대상이 되는 시계열의 실현 값이나 밀접한 관계가 있는 다른 시계열의 값에 전혀 영향을 받지 않는다는 가정은 통상적으로 받아들이기 힘든 부분이다. 또한 대부분의 국면전환 모형에서 국면의 상태를 정하는 마코프 연쇄는 강정상성(strict stationarity)을 갖는 것으로 모형화되는데, 이는 국면의 전환이 강한 지속성을 갖는 경우에 제한적일 수 있다.

Chang *et al.*(2017)은 위와 같은 단점을 효과적으로 극복하는 새로운 접근방법을 제시하였다. 여기서는 평균 또는 변동성의 과정이 잠재적인 자기회귀 요인(autoregressive latent factor)이 어떠한 임계값보다 큰 값을 가지는지 아닌지에 따라 국면이 결정된다. 더욱이 잠재요인은 대상 시계열의 과거 충격과 상관관계를 가질 수 있도록 모형하였다. 따라서 관측된 시계열의 현재 충격이 다음 기의 국면전환에 영향을 미칠 수 있다. 또한 자기회귀 잠재요인이 단위근(unit root)을 갖는 것을 허용하여 국면이 지속성이 강한 경우도 효과적으로 모형할 수 있다. 만약 자기회귀 잠재요인이 외생적이라면 이들의 모형은 일반적인 마코프 전환 모형으로 축약된다. 이러한 경우 두 개의 전이확률(transition probabilities)로 정의되는 일반적인 마코프 국면전환모형은 잠재요인의 자기회귀계수와 임계값(threshold level)으로 명시되는 Chang *et al.*(2017) 모형과 정확히 일대일 대응을 가진다. 이들은 관측적으로 동일(observationally equivalent)하고 정확히 같은 우

1) Diebold *et al.*(1994), Kim *et al.*(2008) 및 Chang *et al.*(2017).

도(likelihood)를 가진다. 결과적으로 Chang *et al.*(2017)의 모형은 일반적인 마코프 전환 모형의 자연스러운 확장 모형으로 간주될 수 있는데 그 확장은 강한 지속성을 갖는 국면전환을 효과적으로 모형화할 수 있는 등의 특징을 갖는다. 특히, 국면전환이 내생적으로 결정되는 것을 모형화할 수 있다는 점에서 일반적인 마코프 전환 모형과 큰 차이를 보인다.

본 연구의 목표는 Chang *et al.*(2017)의 모형을 확장하여 다중체제(multiple regimes)를 도입하는 방법에 대해서 연구하고 그것이 갖는 함의에 대해서 분석하는 것이다. 전통적인 마코프 연쇄를 이용한 국면전환모형에서 국면의 개수가  $m$  개이면 전이확률을 규정하는 모수는  $m^2 - m$ 개가 되지만, 본 연구의 모형에서는  $m$ 개의 모수로 전이확률이 결정된다. 따라서 국면의 개수가 3개 이상인 경우에는 전통적 국면전환모형과 본 연구 사이의 일대일 대응관계가 깨진다. 이는 본 연구의 전이확률행렬에 과도 식별제약이 부여된 것으로 볼 수 있으며, 본 연구의 모형으로는 전이확률행렬이 가약(reducible) 마코프 연쇄이거나 주기적인 마코프 연쇄와 같은 경우를 배제하게 된다. 그러나 이러한 제약하에서도 관심 시계열의 전이확률행렬을 추정하는 데 무리가 없다면, 모형의 간명성은 모수를 안정적으로 추정하는 데 도움이 될 수 있다.

본 연구는 이론적으로 기존의 내생적 국면전환모형 연구와 달리 우선 다중체제의 국면을 갖는 새로운 국면전환모형을 세우고 이를 추정하는 방법을 개발했다는 점에서 이론적인 기여를 했다고 할 수 있을 것이다. 특히, 새로운 국면전환모형은 기존의 국면전환모형과 달리 오직  $m$ 개의 모수로  $m$ 개의 국면에 대한 전이확률을 결정할 수 있으며, 관측 시계열의 값에 따라서 전이확률이 변할 수 있는 특징을 가지고 있다. 기존 모형보다 전이확률이 간명하게 결정된다는 것은 전이확률에 제약을 부과해서 모형설정의 오류를 야기할 수 있다는 단점과 안정적인 모수추정이 가능하다는 장점을 의미한다. 이와 같은 모형의 함의가 주식시장의 변동성 시계열을 분석하는 데 미치는 영향을 시뮬레이션 연구로 분석하였다. 모형설정의 오류로 인한 편의는 거의 발생되지 않았으며, 추정량의 효율성은 높아진 것으로 분석되었다. 또한 지렛대 효과와 같은 내생적 피드백을 무시할 경우 편의가 발생하고 분산이 커지는 것을 확인하였다.

본 연구의 실증분석에서는 1997년 7월에서 2018년 9월까지의 일별 KOSPI 초과수익률 자료에 적용하여 한국 주식시장의 변동성에 대한 분석을 기존의 연구<sup>2)</sup>

2) 국내 주식시장의 변동성은 국면전환모형 이외에도 조대형·최경옥(2012)에서처럼 GARCH 혹은 GJR GARCH 모형으로 분석되는 경우도 있고, 서성원·박단비(2019)에서처럼 이자율

들과 차별화된 다중체계 국면으로 분석하였다. 국내 주식시장의 변동성에는 지렛대 효과가 강하게 있는 것으로 분석되었는데, 이는 최승문(2019)과 같은 선행연구에서의 결과에서도 확인된 사항이다. 국면의 개수는 4개 이상으로 설정하는 것이 바람직해 보이며, 변동성의 크기에 하한(0.005)과 상한(0.07) 등의 경계가 있는 것으로 보인다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 제Ⅱ절에서는 본 연구의 모형을 소개한다. 추정에서 핵심이 되는 전이확률을 계산하는 방법을 소개하고 기존 모형과 비교를 통해서 본 모형이 갖는 과도 식별제약의 함의에 대해서 분석한다. 제Ⅲ절에서는 모형의 함의를 시뮬레이션을 이용해서 검증한다. 제Ⅳ절에서는 본 연구의 모형으로 일별 KOSPI 초과수익률 자료를 이용하여 국내 주식시장의 변동성에 대한 분석 결과를 제시한다. 마지막으로 제Ⅴ절에서 결론으로 마무리한다.

## Ⅱ. 모형

### 1. 다중체계를 갖는 국면전환모형

본 연구는 Chang *et al.*(2017)이 제안한 시계열의 변동성이 내생적으로 국면전환하는 모형에서 국면을 다중체계로 확장한다. 보다 구체적으로 본 연구에서는 평균을 제거한 수익률을 나타내는 ( $y_t$ )를 다음과 같이 국면에 따라서 다른 변동성을 갖는 시계열로 모형한다.

$$y_t = \sigma_{s_t} u_t \quad (1)$$

여기서 국면변수  $s_t$ 는 다음과 같은 자기회귀 과정으로 생성된 잠재요인(latent factor) ( $\omega_t$ )에 의해서 결정된다고 가정한다.

$$\omega_t = \alpha \omega_{t-1} + v_t \quad (2)$$

여기서 자기회귀계수  $\alpha$ 는 “ $|\alpha| \leq 1$ ”의 조건을 만족하는 것을 가정하고 ( $v_t$ )

---

및 환율변동성과 같은 거시경제변수와 투자별 거래량으로 직접 모형 되는 경우도 있다.

는 오차항이다. 본 연구의 모형에서는 잠재요인의 수준에 의해서 다음과 같이 국면이 결정되는 것으로 가정한다.

$$s_t = \begin{cases} 1 & \text{if } \omega_t < \tau_1 \\ 2 & \text{if } \tau_1 \leq \omega_t < \tau_2 \\ \vdots & \vdots \\ m & \text{if } \omega_t \geq \tau_{m-1} \end{cases} \quad (3)$$

이와 같은 설정에서는 각 국면에 따라서 다른 수준의 변동성  $\sigma_1 < \sigma_2 < \dots < \sigma_m$  을 갖게 된다.

또한 본 연구의 모형에서는 Chang *et al.*(2017)에서와 같이 내생적인 국면전환이 가능하도록 모형한다.  $v_{t+1}$ 와  $u_t$ 를 각각  $t+1$ 기의 잠재요인인  $\omega_{t+1}$ 의 오차항 및  $t$ 기의 관측시계열인  $y_t$ 의 오차항이라고 두고, 이들 오차항들이 서로 상관되어 있고, 그 상관계수가  $\rho$ 라고 가정한다. 이와 같은 가정에 정규성을 추가로 가정하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} u_t \\ v_{t+1} \end{pmatrix} = {}_dN\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}\right) \quad (4)$$

여기서 모형의 식별을 위해서  $(u_t)$ 와  $(v_t)$ 의 분산을 1로 설정한다.<sup>3)</sup> 식 (4)에서 상관계수  $\rho$ 는 국면전환의 내생성에 대한 강도 및 방향을 결정한다. 우선  $\rho = 0$ 이라면,  $t$ 시점의 관측변수에 대한 충격이  $t+1$ 기의 국면을 결정하는 데 전혀 영향을 주지 않게 된다. 이 경우는 전통적인 마코프 국면전환모형 (conventional Markov switching model)의 가정에 상응한다. 잘 알려진 주식시장에서의 지렛대 효과는  $\rho < 0$ 인 경우로 설명이 가능하다.  $t$ 시점의 주식 수익률에 대한 네거티브 충격은  $\rho < 0$ 와 더불어  $t+1$ 기의 국면을 결정하는  $v_{t+1}$ 가 양의 값을 가질 확률을 높임으로써 다음 기 국면의 변동성이 높아질 확률을 키우게 된다. 또한  $|\rho|$ 가 클수록 그 확률은 더 커지게 된다.

---

3) 임의의  $c_1 > 0$ 에 대해서  $\left(\text{var}(u_t) = c_1^2, \left(\frac{\sigma_1}{c_1}, \dots, \frac{\sigma_m}{c_1}\right)\right)$ 은  $(\text{var}(u_t) = 1, (\sigma_1, \dots, \sigma_m))$ 과 관측상 동일하다. 또한 임의의  $c_2 > 0$ 에 대해서  $(\text{var}(v_t) = c_2^2, (c_2\tau_1, \dots, c_2\tau_{m-1}))$ 은  $(\text{var}(v_t) = 1, (\tau_1, \dots, \tau_{m-1}))$ 과 관측상 동일하다.

식 (1)에서 소개한 다중체계를 갖는 국면전환모형은 전이확률이 계산되면 Chang *et al.*(2017)의 방식<sup>4)</sup>에 따라서 최우추정(maximum likelihood) 방법으로 쉽게 추정 가능하다. 구체적으로 전이확률을 계산하는 방법을 소개하기 위해서  $m = 3$ 인 경우를 상정한다. 이 경우에 두 역치수준(threshold) 모수가 필요하며, 이를 각각  $\tau_1$ 과  $\tau_2$ 로 놓는다. 여기서  $\tau_1 < \tau_2$ 인 것을 가정한다. 또한 이후 수식에서  $\phi$ 와  $\Phi$ 를 각각 표준정규분포의 확률밀도함수와 확률분포함수로 표기한다.

우선  $z_t$ 와  $\Phi_\rho(x)$  (단,  $|\rho| < 1$ )를 다음과 같이 정의한다.

$$z_t = \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}}(v_t - \rho u_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}}((\omega_t - \alpha\omega_{t-1}) - \rho \frac{y_{t-1}}{\sigma_{s_{t-1}}}),$$

$$\Phi_\rho(x) = \Phi(x/\sqrt{1-\rho^2})$$

또한  $p(\cdot)$ 와  $p(\cdot|\cdot)$ 를 일반적인 확률밀도함수 및 조건부 확률밀도함수라고 하고,  $\mathfrak{J}_t = \sigma(y_t, \dots, y_1)$ 를  $t$ 시점까지의 모든  $y_s$ 에 의해서 생성되는 시그마 필드라고 한다면,

$$p(z_t|\omega_{t-1}, \mathfrak{J}_{t-1}) = p(z_t|\omega_{t-1}, u_{t-1})$$

이고,  $\omega_{t-1}$ 과  $u_{t-1}$ 은 모든  $t$ 에 대해서  $z_t$ 와 독립<sup>5)</sup>이므로, 다음이 성립함을 쉽게 알 수 있다.

$$p(z_t|\omega_{t-1}, \mathfrak{J}_{t-1}) = p(z_t) = {}_dN(0, 1)$$

따라서 우리는  $t$ 기에  $s_t = 1$ 일 조건부 확률을 다음과 같이 계산할 수 있으며,

4) 수정된 마코프 필터(modified Markov Filter)를 이용하는데, 이것은 칼만 필터(Kalman Filter)와 같이 예측(prediction)과 갱신(updated)의 알고리즘을 반복적으로 수행해서 우도 함수를 계산한다.

5)  $u_{t-1}$ 과  $z_t$ 는 다변량 정규분포를 따르고 공분산은 0이므로 독립이다.

$$\begin{aligned}
 P\{\omega_t < \tau_1 | \omega_{t-1}, \mathcal{J}_{t-1}\} & \quad (5) \\
 &= P\left\{z_t < \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \left( (\omega_t - \alpha\omega_{t-1}) - \rho \frac{y_{t-1}}{\sigma_{s_{t-1}}} \right) | \omega_{t-1}, \mathcal{J}_{t-1}\right\} \\
 &= \Phi_\rho\left(\tau_1 - \rho \frac{y_{t-1}}{\sigma_{s_{t-1}}} - \alpha\omega_{t-1}\right),
 \end{aligned}$$

다음과 같은  $t$ 기에  $s_t = 2$ 나  $s_t = 3$ 일 조건부 확률도 비슷한 방식으로 구할 수 있다.

$$P\{\tau_1 \leq \omega_t < \tau_2 | \omega_{t-1}, \mathcal{J}_{t-1}\} \text{ 과 } P\{\omega_t \geq \tau_2 | \omega_{t-1}, \mathcal{J}_{t-1}\} \quad (6)$$

본 연구의 국면전환모형을 추정하기 위해서는 다음과 같은 전이확률을 계산해야 한다.

$$p_t(i, j) = P\{s_t = j | s_{t-1} = i, \mathcal{J}_{t-1}\} \quad (7)$$

전통적인 마코프 국면전환모형과 달리 매 시점의 전이확률은 관측된 시계열의 값에 따라서 변한다는 특징을 지니고 있다. 식 (7)의 전이확률은 식 (5)와 식 (6) 및  $\omega_{t-1} = {}_dN(0, 1/(1-\alpha^2))$ 이라는 사실로 구할 수 있으며, 구체적으로 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}
 p_t(1, 1) &= \frac{\int_{-\infty}^{\tau_1 \sqrt{1-\alpha^2}} \Phi_\rho\left(\tau_1 - \rho \frac{y_{t-1}}{\sigma_1} - \frac{\alpha x}{\sqrt{1-\alpha^2}}\right) \phi(x) dx}{\Phi(\tau_1 \sqrt{1-\alpha^2})}, \\
 p_t(1, 2) &= \frac{\int_{-\infty}^{\tau_1 \sqrt{1-\alpha^2}} \left\{ \Phi_\rho\left(\tau_2 - \rho \frac{y_{t-1}}{\sigma_1} - \frac{\alpha x}{\sqrt{1-\alpha^2}}\right) - \Phi_\rho\left(\tau_1 - \rho \frac{y_{t-1}}{\sigma_1} - \frac{\alpha x}{\sqrt{1-\alpha^2}}\right) \right\} \phi(x) dx}{\Phi(\tau_1 \sqrt{1-\alpha^2})}, \\
 p_t(2, 1) &= \frac{\int_{\tau_1 \sqrt{1-\alpha^2}}^{\tau_2 \sqrt{1-\alpha^2}} \Phi_\rho\left(\tau_1 - \rho \frac{y_{t-1}}{\sigma_2} - \frac{\alpha x}{\sqrt{1-\alpha^2}}\right) \phi(x) dx}{\Phi(\tau_2 \sqrt{1-\alpha^2}) - \Phi(\tau_1 \sqrt{1-\alpha^2})}
 \end{aligned}$$

위 식에 포함되어 있지 않은 전이확률은  $p_t(i,3) = 1 - p_t(i,1) - p_t(i,2)$  for  $i = 1,2,3$ 의 관계에서 쉽게 찾을 수 있다.

## 2. 기존 모형과의 비교

식 (2), (3) 및 (4)에 소개한 본 연구의 모형은 Chang *et al.*(2017)의 국면이 두 개인 경우의 일반화된 모형이다. 국면전환의 전이확률 값이 관측된 시계열의 값에 따라서 내생적으로 바뀔 수 있는 채널을 유지하되, 국면의 개수를 확대한 것이다.

Chang *et al.*(2017)에서는  $|\alpha| < 1$ 이고  $\rho = 0$ 인 경우, 즉 국면을 결정하는 잠재요인이 정상시계열을 따르고, 국면변수가 관측변수와 독립적으로 결정되는 경우에는 그들의 모형이 통상적인 마코프 국면전환모형과 관측상 동일함을 보였다.  $\rho = 0$ 인 경우에는 국면전환모형의 핵심이라고 볼 수 있는 전이확률이 두 모형 모두 모든 기간에 일정하게 유지된다. 사실 국면의 개수가 두 개인 경우는 두 모형이 다른 모수변환(reparametrization)으로 표현된 같은 모형으로 볼 수 있다. 전통적인 마코프 국면전환모형에서의 전이확률은 국면1에서 머물 확률 및 국면2에서 머물 확률 등 두개의 모수에 의해서 결정된다. 이에 비해서 Chang *et al.*(2017)의 모형에서는 전이확률이 잠재요인의 자기회귀모수 및 역치수준 모수 등 두 개의 모수에 의해서 결정된다.

그러나 국면의 개수가 3개 이상인 경우에는  $\rho = 0$ 이더라도, 본 연구의 모형과 통상적인 마코프 국면전환모형 사이의 관측상 동일함이 성립하지 않는다. 만일 국면의 개수가  $m (\geq 3)$ 개라면, 본 연구의 모형에서의 전이확률은  $m$ 개의 모수, 즉 잠재요인의 자기회귀계수 및  $(m-1)$ 개의 역치수준을 나타내는 모수로 완전히 규정되지만, 전통적인 마코프 국면전환모형에서는 전이확률을 특정하기 위해서는  $m \times (m-1)$ 개의 모수가 필요하다. 당연히 본 연구에서 제안하는 모형이 훨씬 간명(parsimonious)하다고 볼 수 있다.

모형의 간명성은 두 가지 측면에서 중요한 함의를 갖는다. 첫째, 모형이 간명하다는 것은 모형에 제약이 많이 가해지는 것으로 이해될 수 있다. 과도한 제약으로 인해 모형설정 오류를 범할 수 있다. 실제로 본 연구의 모형은 국면전환을 정의하는 전이확률행렬이 기약적(irreducible) 마코프 연쇄<sup>6)</sup>일 경우만을 고려하고

6) 간단히 말해서, 어떠한 국면에서도 다른 모든 국면으로 도달 가능한 상황을 지칭한다.



있으며, 주기적(periodic)인 마코프 연쇄<sup>7)</sup>도 배제하고 있다. 두 번째로 모형이 간명하다는 것은 안정적인 모수 추정이 가능하다는 장점도 내포한다. 전통적인 마코프 국면전환모형에서는 국면의 개수가 많아지면서 추정해야 하는 모수의 개수가  $m^2$ 의 속도로 늘어나서 안정적인 추정이 어렵기 때문에 실질적으로는 국면의 개수를 2개나 3개로 제한해서 추정하는 경우가 대부분이었다. 그러나 본 연구의 모형은 국면의 개수가 늘어나더라도 추정해야 하는 모수의 개수가 선형적으로 늘어나기 때문에 기존의 방법으로 추정하기 어려웠던 모형을 안정적으로 추정할 수 있다. 이러한 모형설정의 오류 가능성 및 모수의 안정적인 추정 사이의 트레이드 오프(trade-off)를 고려한다면, 본 연구의 모형은 국면이 자연스러운 순서를 갖으면서 다소 많은 국면을 고려하는 것이 바람직할 때, 유용하게 사용될 수 있을 것으로 보인다.

### III. 시뮬레이션

이 절에서는 국면이 3개인 상황에서 두 가지 측면을 확인하기 위해서 세 가지 다른 시뮬레이션을 수행한 결과를 제시한다.

<표 1> 기존 국면전환모형의 자료생성 과정을 이용한 시뮬레이션 결과

자료생성 과정 모수	전통적인 국면전환모형				본 연구 모형				B/A
	추정치	편의	표준오차	MSE(A)	추정치	편의	표준오차	MSE(B)	
$\sigma_1 (=0.0350)$	0.0351	0.0001	0.0032	1.03E-05	0.0349	-0.0001	0.0027	7.51E-06	72.6%
$\sigma_2 (=0.0633)$	0.0634	0.0001	0.0039	1.55E-05	0.0634	0.0001	0.0034	1.16E-05	74.9%
$\sigma_3 (=0.1761)$	0.1731	-0.0030	0.0260	6.87E-04	0.1753	-0.0009	0.0278	7.74E-04	112.6%

처음 두 가지 시뮬레이션은 과도 식별제약(overidentifying restriction)에 대한 시뮬레이션이다. 기존의 국면전환모형에서는 전이확률을 구성하는 모수는 6개이지만 본 연구의 모형에서는 모수의 개수가 3개로 설정되며, 이는 본 연구의 모형에 과도 식별제약이 있는 것으로 볼 수 있다. 이러한 설정의 함의를 두 가지 측

7) 간단히 말해서,  $d > 1$ 의 배수 단계에서만 현 국면으로 도달 가능한 상황을 지칭한다.

면에서 확인한다. 우선 기존의 국면전환모형이 옳다고 가정할 때, 본 연구의 모형이 추가로 부여하는 가정으로 인해 추정량의 통계적 특징이 얼마나 악화되는지를 확인한다. 본 모형에서 부여한 과도 식별제약은 식 (7)로 볼 수 있는데, 만일 이와 같은 가정이 너무 제약적이라면, 추정량에 편이가 발생할 수 있다. 반면에 본 연구에서 제안하는 모형이 옳다고 가정할 때, 기존 모형은 불필요한 모수가 포함된 것으로 볼 수 있으며 이와 같은 모형의 유연성(flexibility)은 추정량에 편의를 발생시키지는 않더라도 효율성을 감소시킬 것으로 기대된다.

<표 1>은 첫 번째 상황에 대한 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 기존의 국면전환모형으로 자료를 생성하고, 이를 기존 방법과 본 연구의 방법으로 추정하여 결과<sup>8)</sup>를 비교한 것이다. 자료생성 과정(data generating process)은 Kim and Nelson(1999, p. 89)의 추정 결과를 준용하였다. 기본적으로 본 연구 모형의 추정량에서 편이는 거의 발생하지 않았으며, 오히려  $\sigma_1$ 과  $\sigma_2$  추정량의 분산은 기존 모형보다 20~30% 감소하는 것으로 나타났다. 이는 모형의 간명성에 따른 결과로 보인다.

<표 2> 본 연구 모형의 내생적 피드백이 없는 자료생성 과정을 이용한

시뮬레이션 결과

자료생성 과정 모수	전통적인 국면전환모형				본 연구 모형				B/A
	추정치	편의	표준오차	MSE(A)	추정치	편의	표준오차	MSE(B)	
$\sigma_1 (=0.0284)$	0.0284	-0.0001	0.0029	8.16E-06	0.0283	-0.0001	0.0024	5.57E-06	68.3%
$\sigma_2 (=0.0452)$	0.0454	0.0002	0.0027	7.44E-06	0.0454	0.0002	0.0025	6.36E-06	85.5%
$\sigma_3 (=0.1204)$	0.1201	-0.0004	0.0124	1.53E-04	0.1202	-0.0002	0.0117	1.37E-04	89.4%

<표 2>는 두 번째 상황에 대한 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 본 연구의 모형으로 자료를 생성하고, 이를 기존 방법과 본 연구의 방법으로 추정하여 결과를 비교한 것이다. 자료생성 과정의 모수는 1926년 1월부터 2016년 12월까지의 월별 NYSE/AMEX 가치가중지수의 월별 수익률 자료를 이용하여 추정된 결과를 사용하였다. 예상한 바와 같이 기존 모형의 추정량도 불편성을 갖는 것으로 나타났지

8) 10,000번의 시뮬레이션을 수행한 결과이며, 그중에서 1번의 시뮬레이션은 MLE가 수렴하지 않아서 제외하고 비교한 것이다.

만, 평균제곱오차(mean squared error) 측면에서 본 연구의 모형이 약 10~30% 정도 우월한 것으로 나타났다.

<표 3> 본 연구 모형의 내생적 피드백이 있는 자료생성 과정을 이용한

시뮬레이션 결과

자료생성 과정 모수	전통적인 국면전환모형				본 연구 모형				B/A
	추정치	편의	표준오차	MSE(A)	추정치	편의	표준오차	MSE(B)	
$\sigma_1 (=0.0282)$	0.0282	0	0.0022	4.94E-06	0.0285	0.0003	0.002	3.97E-06	80.5%
$\sigma_2 (=0.0466)$	0.0459	-0.0007	0.0021	4.64E-06	0.0469	0.0003	0.002	4.07E-06	87.9%
$\sigma_3 (=0.1243)$	0.1204	-0.0039	0.0176	3.24E-04	0.1227	-0.0016	0.0155	2.42E-04	74.6%

다른 시뮬레이션은 내생적인 피드백(endogenous feedback)의 효과를 확인하기 위한 것이다. 기존의 국면전환모형은 관측된 변수의 값과 상관없이 국면이 정해지는 것을 모형 하지만, 본 연구에서는 관측된 변수와 향후 국면을 결정하는 변수 사이에 상관관계를 설정함으로써 국면이 내생적으로 결정되는 것을 반영할 수 있다. Chang *et al.*(2017)에서는 국면이 두 개인 경우에 한하여, 내생적인 피드백을 무시하는 경우에 편의가 발생할 수 있음을 보였다. 본 연구에서는 국면이 3개이면서 내생적인 피드백이 있는 모형으로 자료를 생성하여 전통적인 국면전환모형과 본 연구의 모형으로 추정된 결과를 비교한다. 자료생성 과정의 모수는 1926년 1월부터 2016년 12월까지의 월별 NYSE/AMEX 가치가지수주의 월별 수익률 자료를 이용하여 추정된 결과를 사용하였다.

<표 3>은 이와 같은 상황에서의 시뮬레이션 결과<sup>9)</sup>를 나타낸다. 내생적인 피드백이 있는 경우 이를 무시할 경우에는 변동성이 가장 큰 구간 모수( $\sigma_3$ )의 추정량에 상대적으로 큰 편의가 생길 뿐 아니라, 전반적으로 추정량의 분산이 커지는 것으로 분석되었다.

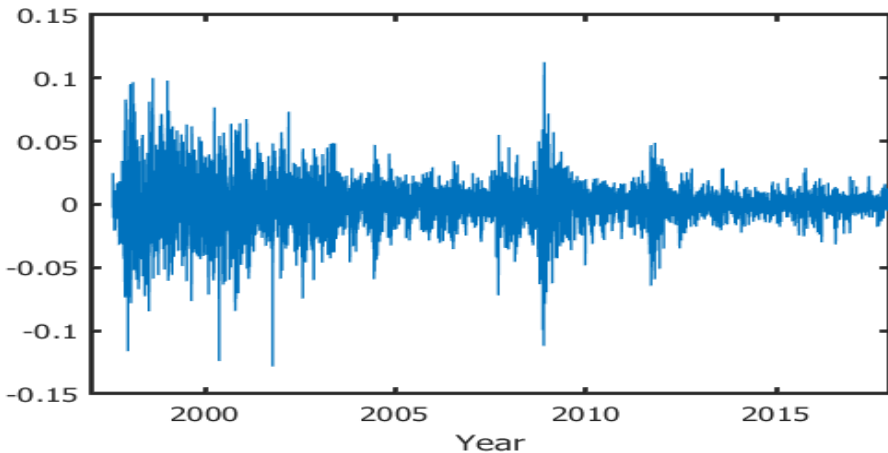
9) 내생적인 피드백이 있는 경우에는 MLE의 해를 수치적으로 찾는 것이 상대적으로 더 어렵다. 실증분석에서는 다양한 초기값을 사용하거나, 여러 가지 최적화 방식으로 검토를 하지만, 시뮬레이션에서 이와 같은 방식을 적용하기는 어렵다. 본 연구에서는 추정치에 극단값이 나타나는 경우를 제외하고 분석하였다.

## IV. 실증분석

### 1. 자료 및 추정 모형

실증분석에서는 한국 일별 KOSPI 자료를 사용하여 본 연구에서 제안한 모형의 국면의 수를 늘려가면서 추정한 결과를 제시한다. 분석대상이 되는 자료는 1997년 7월 1일에서 2018년 9월 21일까지의 일별 KOSPI(관측치 수: 5,233)이며 Yahoo Finance에서 원자료를 취득하였다. 자료에 log를 취한 뒤 차분하여 일별 수익률을 계산하였고 전체 기간 동안의 일별 평균수익률을 제하여 일별 초과수익률을 생성하고 이를 종속변수로 사용하였다. <그림 1>은 대상 기간 동안의 KOSPI 일별 초과수익률의 시계열을 나타낸 것이고 이 시계열의 기초 통계량은 <표 4>에 정리되어 있다. 그림에서 주가의 변동성이 시간에 따라서 변하는 것을 확인할 수 있다.

<그림 1> 일별 KOSPI 초과수익률: 1997년 7월 2일 ~ 2018년 9월 21일



<표 4> 일별 KOSPI 초과수익률의 기초 통계량

	관측치	최솟값	최댓값	평균	표준편차	왜도	침도
$\Delta \ln(KOSPI_t)$	5,392	-0.1283	0.1126	0	0.0175	-0.2261	8.7513

## 2. 추정 결과

본 연구에서는 KOSPI 일별 초과수익률을 식 (1)에서 식 (4)로 표현되는 국면 전환모형에 적합시킨다. 특히, 국면의 수를 2개에서 16개까지 늘려가면서 추정한 결과를 제시한다. 또한 내생적 피드백을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형을 추정하여 그 결과를 비교한다. 이들 모형의 추정 결과는 각각 <표 5>와 <표 6>에 정리되어 있다. 각 표에는 각 국면의 변동성 모수( $\sigma_i$ )와 잠재변수 자기회귀계수 모수( $\alpha$ ) 및 각 국면을 나누는 역치모수( $\tau_i$ )들의 추정치와 더불어 평균우도값( $\ell$ )이 제시되어 있다.

가장 큰 특징은 국면의 수가 16개까지 늘어나는 극단적인 환경에서도 로그 우도함수는 단조 증가<sup>10)</sup>하는 등 안정적인 추정 결과를 보인다는 점이다. 이는 기존의 전통적인 국면전환모형이 국면의 수( $m$ )가 늘어나면서 추정해야 하는 모수가  $m^2$ 의 속도로 늘어나지만, 본 연구의 모형에서는 모수의 숫자가  $m$ 의 속도로 늘어나므로 국면의 수가 많을 때 본 연구의 모형이 상대적으로 안정적으로 추정될 수 있기 때문인 것으로 판단된다.

다른 중요한 특징은 국면의 개수와 상관없이 모든 경우에 한국 주식시장에서 지렛대 효과가 강하게 나타난다는 점이다. 통상적으로 주식시장의 음의 수익률이 발생할 때 다음 기의 변동성이 커지는 것을 지렛대 효과라고 지칭한다. 본 연구의 모형에서는 이러한 지렛대 효과가 식 (4)의  $\rho$ 가 음수인 것으로 반영될 수 있다. 즉,  $t$ 기의 주가수익률에 음의 충격이 발생하면, 음수  $\rho$ 에 영향으로 다음 기에는 잠재변수에 양의 충격이 발생할 확률이 커지고 따라서 변동성이 커지는 경향이 생긴다. 추정된 모든 결과에서  $\rho$ 가 -0.9 이상으로 강한 지렛대 효과를 나타내고 있다. Chang *et al.*(2017)에서 밝힌 바와 같이  $H_0 : \rho = 0$ 는 우도비로 검정할 수 있는데, 국면의 개수와 상관없이 모든 상황에서 1% 유의수준하에서 귀무가설을 기각하는 것으로 분석되었다.

또한 <표 5>와 <표 6>에서 확인할 수 있듯이 국면의 수가 5까지는 증가하면서 평균 우도값이 크게 증가하는 것을 확인할 수 있다. 이러한 추정 결과는 실제 한국 주식시장의 변동성을 분석할 때 주로 사용하는 2국면 혹은 3국면 모형보다 더 유연한 모형을 설정할 필요가 있음을 시사한다. 또한 국면을 증가시키면서 추정한 결과를 종합적으로 판단하면, 변동성의 크기에 상하한 경계가 있는 것으로

10) 모수의 숫자가 증가하면서 우도값이 증가하는 것은 이론적으로 당연한 일이지만, 실제 추정값이 예상대로 나오는 것은 당연한 일은 아니다.

74 다중체계를 갖는 내생적 국면전환모형을 이용한 한국 주식시장의 변동성 분석

<표 5> 한국 일별 KOSPI 초과수익률의 변동성을 내생적 피드백을 갖는 다중체계 국면전환모형으로 추정한 결과

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\sigma_1$	0.009	0.007	0.007	0.006	0.006	0.006	0.006	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
$\sigma_2$	0.026	0.013	0.013	0.010	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
$\sigma_3$		0.030	0.023	0.014	0.012	0.012	0.012	0.011	0.011	0.011	0.010	0.007	0.010	0.010	0.010
$\sigma_4$			0.041	0.024	0.015	0.015	0.015	0.014	0.013	0.013	0.013	0.011	0.012	0.012	0.012
$\sigma_5$				0.043	0.025	0.024	0.024	0.016	0.015	0.015	0.014	0.013	0.014	0.013	0.013
$\sigma_6$					0.043	0.037	0.037	0.024	0.017	0.017	0.014	0.014	0.014	0.014	0.014
$\sigma_7$						0.051	0.051	0.039	0.025	0.025	0.018	0.014	0.017	0.015	0.015
$\sigma_8$							0.075	0.039	0.041	0.040	0.018	0.019	0.017	0.019	0.019
$\sigma_9$								0.052	0.041	0.040	0.026	0.019	0.025	0.019	0.020
$\sigma_{10}$									0.052	0.049	0.042	0.026	0.025	0.026	0.025
$\sigma_{11}$										0.052	0.042	0.042	0.042	0.041	0.041
$\sigma_{12}$											0.053	0.042	0.042	0.044	0.042
$\sigma_{13}$												0.053	0.048	0.049	0.046
$\sigma_{14}$													0.053	0.054	0.051
$\sigma_{15}$														0.061	0.056
$\sigma_{16}$															0.065
$\alpha$	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.998	0.998	0.998	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997
$\tau_1$	7.347	-9.456	-11.593	-16.338	-21.570	-22.139	-22.143	-20.930	-19.646	-19.806	-19.091	-19.003	-19.537	-18.787	-18.039
$\tau_2$		18.199	14.137	-2.061	-6.993	-7.326	-7.329	-7.848	-7.541	-7.742	-7.948	-16.319	-8.513	-8.328	-7.287
$\tau_3$			40.317	12.950	3.637	3.121	3.121	-1.429	-2.397	-2.497	-2.891	-6.878	-3.590	-3.622	-2.645
$\tau_4$				35.105	12.816	12.130	12.131	4.798	3.017	2.477	0.038	-2.504	-0.576	-0.800	0.090
$\tau_5$					32.417	29.459	29.463	10.488	5.836	5.978	3.797	0.320	2.446	1.994	2.793
$\tau_6$						42.985	42.993	25.409	10.618	10.539	6.161	3.412	4.975	4.643	5.665
$\tau_7$							167.432	32.999	24.057	23.809	8.332	5.764	6.479	6.357	7.727
$\tau_8$								36.082	31.014	30.198	11.716	7.903	9.994	8.315	9.863
$\tau_9$									33.709	32.282	23.310	11.141	14.538	11.442	12.497
$\tau_{10}$										33.973	29.576	22.311	22.860	21.988	22.517
$\tau_{11}$											31.788	28.483	28.431	28.154	29.319
$\tau_{12}$												30.723	30.320	30.393	31.128
$\tau_{13}$													31.946	33.274	34.196
$\tau_{14}$														38.186	38.143
$\tau_{15}$															42.704
$\rho$	-1.000	-0.995	-0.992	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	-0.992	-0.985	-0.970	-0.934	-0.932
$\ell$	2.863	2.904	2.914	2.919	2.921	2.921	2.921	2.923	2.924	2.924	2.925	2.925	2.925	2.925	2.925

<표 6> 한국 일별 KOSPI 초과수익률의 변동성을 내생적 피드백이 없는 다중체계 국면전환모형으로 추정 한 결과

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\sigma_1$	0.009	0.007	0.007	0.006	0.005	0.005	0.002	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
$\sigma_2$	0.026	0.013	0.012	0.011	0.008	0.008	0.005	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007	0.008	0.007	0.005
$\sigma_3$		0.029	0.023	0.015	0.012	0.012	0.007	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007	0.008	0.007	0.007
$\sigma_4$				0.024	0.016	0.014	0.012	0.012	0.008	0.008	0.008	0.007	0.008	0.007	0.007
$\sigma_5$				0.042	0.024	0.016	0.014	0.013	0.012	0.012	0.012	0.012	0.008	0.012	0.012
$\sigma_6$					0.042	0.025	0.016	0.014	0.013	0.012	0.012	0.012	0.008	0.012	0.012
$\sigma_7$						0.043	0.025	0.017	0.014	0.014	0.014	0.012	0.012	0.012	0.012
$\sigma_8$							0.043	0.025	0.017	0.015	0.015	0.014	0.012	0.012	0.012
$\sigma_9$								0.043	0.025	0.017	0.017	0.014	0.013	0.014	0.014
$\sigma_{10}$									0.043	0.025	0.024	0.016	0.014	0.014	0.014
$\sigma_{11}$										0.044	0.038	0.019	0.016	0.017	0.017
$\sigma_{12}$											0.049	0.025	0.018	0.017	0.017
$\sigma_{13}$												0.044	0.025	0.025	0.025
$\sigma_{14}$													0.044	0.040	0.040
$\sigma_{15}$														0.049	0.040
$\sigma_{16}$															0.049
$\alpha$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.998	0.998	0.998	0.998
$\tau_1$	12.101	-11.524	-14.374	-18.895	-38.409	-33.305	-1086	-29.343	-30.423	-27.005	-27.266	-22.842	-25.474	-22.283	-635
$\tau_2$		23.356	19.574	6.794	-11.600	-9.282	-34.864	-19.606	-22.610	-19.641	-19.838	-17.019	-20.132	-16.589	-22.011
$\tau_3$			52.314	24.435	10.495	8.327	-9.731	-7.554	-20.533	-17.564	-17.762	-15.134	-18.691	-14.706	-16.127
$\tau_4$				52.530	25.268	12.315	8.241	5.507	-8.059	-6.598	-6.700	-6.442	-17.245	-6.216	-6.401
$\tau_5$					51.865	22.785	12.832	8.349	4.744	3.894	3.742	-4.558	-15.614	-4.485	-4.649
$\tau_6$						45.933	23.314	11.256	7.428	6.358	6.196	2.258	-6.139	1.471	1.615
$\tau_7$							46.800	19.055	10.280	8.405	8.200	4.071	2.426	3.318	3.435
$\tau_8$								39.048	17.962	11.398	11.147	5.605	4.857	4.690	4.767
$\tau_9$									37.645	17.193	16.202	7.262	6.534	6.025	6.195
$\tau_{10}$										34.802	31.930	10.843	8.239	7.587	7.762
$\tau_{11}$											44.129	13.831	11.707	11.279	11.589
$\tau_{12}$												28.282	15.481	12.608	12.849
$\tau_{13}$													30.851	25.621	25.608
$\tau_{14}$														35.151	32.332
$\tau_{15}$															34.320
$\ell$	2.860	2.900	2.910	2.914	2.915	2.916	2.916	2.917	2.917	2.917	2.917	2.917	2.917	2.918	2.918

보인다. 하한의 경계는 약 0.005, 상한의 경계는 0.07 정도로 판단되는데, 이는 주식시장의 변동성에 대해서 중요한 시사점을 갖는다.

## V. 결론

본 논문의 목적은 Chang *et al.*(2017)의 내생적 피드백을 갖는 국면전환모형을 다중체계로 확장하여 추정하는 방법을 제안하는 것이다. 국면의 수가 2개인 경우에는 내생적 피드백이 없는 경우( $\rho=0$ )에 Chang *et al.*(2017)의 모형은 전통적인 국면전환모형과 관측적으로 동일한 것임이 알려져 있다. 본 연구에서는 국면의 개수가 3개 이상인 경우에는  $\rho=0$ 이더라도, 본 연구의 모형과 통상적인 마코프 국면전환모형 사이의 관측상 동일함이 성립하지 않는다는 것을 밝히고, 이러한 모형의 함의에 대해서 분석하였다.

본 연구의 모형은 기존의 마코프 국면전환모형을 정의하는 전이확률행렬에 과도 식별제약을 부여함으로써, 주기적 마코프 연쇄를 배제하고 기약적 마코프 연쇄만을 상정한다는 등의 제약을 가하는 것으로 이해할 수 있다. 이와 같은 제약을 부여함으로써, 국면의 개수가  $m(\geq 3)$ 으로 늘어나면서 추정해야 하는 모수의 개수가  $m^2$ 이 아닌  $m$ 의 속도로 늘어나기 때문에 다중체계로 확장해서 모형을 추정하는 것이 실질적으로 가능해진다. 이러한 모형설정의 오류 가능성 및 모수의 안정적인 추정 사이의 트레이드 오프를 고려한다면, 본 연구의 모형은 국면이 자연스러운 순서를 갖으면서 다소 많은 국면을 고려하는 것이 바람직할 때, 유용하게 사용될 수 있을 것으로 보인다.

이 논문에서는 본 연구에서 제시하는 모형의 함의를 다양한 시뮬레이션으로 확인하였다. 우선 기존 연구 결과를 이용하여 주식시장의 변동성에 국면전환이 발생하는 자료를 생성하고, 과도 식별제약이 미치는 영향을 측정하였다. 추정량에서 편의가 거의 발생하지 않았으며, 오히려 모형의 간명성으로 인한 효율성이 증가하는 경우가 나타났다. 이는 본 모형에서 부여한 과도 식별제약이 모형설정 오류를 야기하지 않는다는 것을 보여 준다. 두 번째로 본 연구의 모형으로 자료를 생성하고 전통적인 마코프 국면전환모형으로 추정한 결과, 예상대로 편의가 발생하지는 않았지만, 효율성의 감소가 크게 나타났다. 국면의 개수가 3개인 상황에서의 결과이며, 국면의 개수가 더 늘어날 경우 효율성 감소가 더 크게 나타날 것으로 보인다. 또한 내생적 피드백을 고려해야 하는 상황에서 이를 무시할 경우 편



의가 커지고 분산이 커지는 것을 확인하였다.

본 연구의 모형으로 1997년 이후 일별 KOSPI 초과수익률 자료를 사용하여 국내 주식시장의 변동성을 다중체계를 갖는 국면전환모형으로 분석하였다. 본 연구에서 제안하는 방법으로 국면의 개수를 극단적으로 16개까지 상정하더라도 안정적으로 추정되는 것을 확인하였다. 기존의 최승문(2019) 연구와 같이 지렛대 효과가 강하게 나타났으며, 이는 국내 주식시장의 변동성을 국면전환모형으로 분석할 경우 내생적 피드백을 고려해야 함을 시사한다. 또한 우도값으로 판단하건대, 해당 기간 동안의 국면의 개수는 4~5개 정도로 상정하는 것이 무리가 없어 보이며, 변동성의 크기에 상하한 경계가 있는 것으로 보는 것이 타당해 보인다. 이는 국내 주식시장 변동성을 분석하는 모형을 고려할 때 중요한 시사점을 갖는다.

본 연구에서는 국면전환모형을 내생적 피드백 채널을 유지하면서 다중체계로 확장하고 추정하는 방법을 개발하였다. 주식시장의 변동성을 분석하기 위해서는 지렛대 효과 등이 반영될 수 있도록 내생적 피드백 채널을 유지하는 것이 바람직하지만, 내생적 피드백 채널을 유지하는 경우 최우추정에 걸리는 시간도 늘어날 뿐 아니라, 수치적으로 전역 최대치(global maximum)를 안정적으로 구하는 것이 어렵다. 본 연구에서는 시뮬레이션에서 이상값들을 제외하고 분석하였으며, 실증분석에서는 다양한 초기값을 이용하여 여러 번 추정하는 과정을 거쳤다. 안정적인 추정법을 개발하는 것과 더불어 현재 국면이 임계값에 의해서 결정되는 것을 확장하여 임계값과 더불어 관측 가능한 변수에 의해서 결정되는 것으로 확장하는 것에 대한 연구는 후속 연구에서 가능할 것으로 생각된다.

## 참 고 문 헌

- 서성원·박단비, “개별 기업의 주식수익률 변동성 결정요인: 국내 및 해외 요인에 대한 비교,” 『한국경제연구』 제37권, 2019, 57~76.
- 조대형·최경옥, “주식선물 도입과 주식시장의 변동성에 관한 연구,” 『한국경제연구』 제30권, 2012, 91~118.
- 최승문, “KOSPI 200을 이용한 국면전환 연속시간 확률 변동성 모형의 추정,” 『계량경제학보』 제30권, No. 1, 2019, 59~95.
- Chang, Y., Y. Choi, and J. Y. Park, “A New Approach to Model Regime

- Switching,” *Journal of Econometrics*, 196(1), 2017, 127~143.
- Cho, J. S. and H. White, “Testing for Regime Switching,” *Econometrica*, 75(6), 2007, 1671~1720.
- Diebold, F., J. H. Lee, and G. Weinbach, “Regime Switching with Time-varying Transition Probabilities,” *Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration*, C. Hargreaves, ed., Oxford University Press, 1994, 283~302.
- Garcia, R., “Asymptotic Null Distribution of the Likelihood Ratio Test in Markov switching models,” *International Economic Review*, 39(3), 763~788.
- Hamilton, J., “A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle,” *Econometrica*, 57(2), 1989, 357~384.
- \_\_\_\_\_, “Specification Testing in Markov-switching Time-series Models,” *Journal of Econometrics*, 70, 1996, 127~157.
- Hansen, B. E., “The Likelihood Ratio Test under Non-standard Conditions,” *Journal of Applied Econometrics*, 7, S61~S82.
- Kim, C. J., “Dynamic Linear Models with Markov-switching,” *Journal of Econometrics*, 60, 1994, 1~22.
- \_\_\_\_\_, “Markov-switching Models with Endogenous Explanatory Variables,” *Journal of Econometrics*, 122, 2004, 127~136.
- \_\_\_\_\_, “Markov-switching Models with Endogenous Explanatory Variables II: A Two-Step MLE Procedure,” *Journal of Econometrics*, 148, 2009, 46~55.
- Kim, C. J. and C. Nelson, *State-Space Models with Regime Switching*, MIT Press, 1999.
- Kim, C. J., J. Piger, and R. Startz, “Estimation of Markov Regime-switching Regression Models with Endogeneous Switching,” *Journal of Econometrics*, 143, 2008, 263~273.
- Timmermann, A., “Moments of Markov Switching Models,” *Journal of Econometrics*, 96, 2000, 75~111.

[Abstract]

## Volatility Analysis of Korean Stock Market Using Endogenous Regime Switching Model with Multiple States

Yongok Choi\*

This work extends the endogenous regime switching model of Chang *et al.*(2017) to a model with multiple states. The regime switching model with multiple states proposed in this study is subject to suffer from misspecification error due to over-identifying restrictions on the transition probability. However, it produces stable estimation results due to the parsimony of its structure even when we deal with many regimes. In the case of volatility model, simulation study confirmed that the over-identifying restrictions do not cause estimation bias, but rather increase efficiency and it is crucial to have endogenous feedback channels such as the leverage effect. We apply this model to analyze the volatility of Korean stock market. We use the daily KOSPI excess return data since 1997 to fit the endogenous regime switching model with up to 16 multiple states. We found the strong evidence for the leverage effect. From the estimation results, the number of states during the period is identified as four or more, and there seems to be an upper and lower bound on the size of volatility.

**Keywords:** endogenous regime switching model, regime switching model with multiple states, volatility, Markov chain, leverage effect

**JEL Classification:** E21, J11

---

\* Assistant Professor, School of Economics, Chung-Ang University, Tel: +82-2-820-5548, E-mail: choiyongok@cau.ac.kr

