

## 임의보행과 공적분 또는 이들의 최적 선형결합 모형: 한국 GDP와 소비의 장단기 표본 외 예측에 더 나은 방법은 무엇인가?\*

김 윤 영\*\*

본고는 다중 공적분 시스템하에서 임의보행 모형과 공적분 모형의 최적 선형결합 예측기법(OBLP)을 이용하여 한국의 GDP와 소비를 예측하고 그 예측 성과를 임의보행 모형, 공적분 모형 및 VAR 모형과 비교한다. 여기서 공적분을 구성하는 펀더멘털(fundamental)로는 통화·재정정책 및 대외충격을 반영하여 이자율 기간 스프레드, M1, 무역수지 및 정부 지출을 우선 고려하였다. 제안된 모형의 표본 외 예측 성능을 분석하기 위해 1987년 1분기부터 2017년 4분기까지의 자료를 사용하여 2018년 1분기부터 2022년 4분기까지 각 분기의 한국 GDP와 소비를 예측하였다. 그 결과, 모든 경우의 예측 오차의 절대값 기준에서 OBLP 모형이 임의보행 모형을 능가하며, 10분기 이후 예측 결과에서 공적분 모형보다 우수한 것으로 나타났다. 다만 10분기 이전의 경우 OBLP와 공적분 모형 간의 예측 성과는 우열이 혼재하는 양상을 보였다. VAR(2) 모형은 1분기 앞을 제외하고는 여타 모형에 비해 매우 큰 예측 오차를 나타냈다. 이런 예측 우수성을 감안할 때 정부나 민간기관의 장단기 예측에서 OBLP 모형을 함께 고려하는 것도 매우 유용할 것으로 판단된다.

핵심주제어: 최적 선형 예측, 다중 공적분 시스템, 임의보행 모형, 공적분 오차, 자기 상관 계수 행렬

경제학문헌목록 주제분류: C3

\* 모든 것을 아시는 하느님께서 주신 나보타스장학회([www.navotas.or.kr](http://www.navotas.or.kr))라는 소명에 깊이 감사드립니다. 익명의 두 분 심사자의 제언이 논문의 질을 개선하는 데 큰 도움이 되었으며 감사의 말씀을 올립니다. 물론 남아 있을 수 있는 오류는 모두 저자의 책임입니다.

\*\* 단국대학교 무역학과 교수, 전화: (031) 8005-3402, E-mail: [yunyeongkim@dankook.ac.kr](mailto:yunyeongkim@dankook.ac.kr)  
논문투고일: 2025. 2. 13 수정일: 2025. 3. 4 게재확정일: 2025. 3. 14

“주님, 당신께서는 생명의 샘이 있고, 저희는 당신 빛으로 빛을 보나이다.”

〈시편 36장 10절〉

## I. 서론

단기 거시경제예측에 있어 구조적 거시계량 모형 이외에 다양한 시계열 모형들이 사용되고 있다. 특히 Sims(1980)로부터 시작되어 거시경제학의 실증적 연구에 널리 쓰이고 있는 VAR 모형은 실제 예측에 있어서 매우 폭넓게 사용되고 있다. 또한 Litterman(1986)은 단일변수 모형을 확장한 베이지안 VAR 모형을 제시하고 있다.

반면에 일찍이 Nelson(1972)은 경제성장률에 대한 단기 예측을 하는 데는 ARIMA 등 시계열 또는 임의보행 모형이 대규모 거시계량 모형에 못지않게 유용함을 보여 주었다. 또한 Nelson and Plosser(1982)는 다수의 경제변수가 임의보행 모형의 특성을 가지고 있음을 보여 주었다. 그런데 VAR 모형을 이용하여 예측을 수행하더라도 최근의 자료들을 이용하면 예측 효율성이 제고될 수 있다. 예를 들어, Abeyasinghe(1998), Miller and Chin(1996), Nunes(2005), Ingentino and Trehan(1996), Webb(1999), Zheng and Rossiter(2006) 등은 VAR 모형을 이용하여 분기 경제성장률을 예측할 때 분기 내 월별 정보변수를 이용하면 예측 오차가 줄어들 여지가 있음을 보이고 있다.<sup>1)</sup>

한편, 통화정책의 수립, 기업의 투자 결정이나 연금, 복지, 인구 등 국가 경제의 장기 계획 수립 차원에서 경제변수의 단기 예측만이 아니라 장기 예측 역시 매우 중요하다. 이와 관련하여 환율의 경우 단기 예측력에 있어 공적분 모형은 임의보행 모형에 뒤지나 장기 예측에서는 보다 우수한 것으로 알려져 있다. MacDonald and Taylor(1994), Johnston and Sun(1997), Frankel and Rose(1995), Chinn and Meese(1995), Rapach and Wohar(2001) 등 연구들은 공적분 추정계수가 통화론적 모형의 이론적 계수 부호예측과 일치하며, 장기 환율 예측에 임의보행 모형보다 낮은 예측 오차를 보이는 것으로 보고하고 있다. 이러한

1) 혼합주기 자료 VAR 모형을 이용한 우리나라 분기 GDP성장률의 예측에서 김윤영·박준용(2007)은 분기별 GDP성장률 외에 월별로 관측되는 소비자물가지수(CPI) 및 여타 금융변수 등을 고려하는 경우, 기존의 분기 VAR 모형이나 단일변수 AR(autoregressive) 모형 등에 비해 예측평균자승 오차(forecasting MSE) 또는 중위수 오차(median bias)를 현저히 개선시킬 수 있는 것을 발견하고 있다.

환율의 단기 예측에서 임의보행의 우수성과 장기 예측에서 공적분 모형의 우수성 양립은 환율단절퍼즐(exchange rate disconnect puzzle, Meese and Rogoff (1983))로 잘 알려져 있다. Kim(2023a)에 따르면 이런 결과들은 GDP 등 다른 거시경제변수들에도 적용될 수 있다.

한편, 이러한  $I(1)$ 인 장단기 경제변수 예측 성과에서의 상충관계처럼 보이는 현상들에 대하여 Kim(2023a)은 절충 해결방안을 제시하고 있다. 좀 더 구체적으로 Kim(2023a)은 공적분 벡터 차원의 수가 1인 Phillips(1991)의 공적분 시스템에서 변수의 선형예측 방법 중 최소의 점근평균제곱예측 오차(MSFE)를 갖는 최적 선형예측 방법(Best Linear Predictor: BLP)을 제시했다. 이 방법에서 Kim(2023a)은 예측 시간과 예측 목표 시간 사이의 공적분 오차의 시계열 자기상관계수(auto-correlation coefficient)가  $1/2$ 보다 크면 임의보행 모형에서 BLP를, 그 외의 경우에는 공적분 모형에서 BLP를 얻는 선택적 예측방법을 제시했다. 이러한 방식은 추정된 자기상관 계수의 크기를 보고 임의보행 모형과 공적분 모형들 중 MSFE를 최소화하는 방식을 택하는 자동전환 예측방법이다.

여기서 BLP는 임의보행과 공적분 모형을 이용한 예측기법의 가중평균 형태를 가지며, 공적분 시스템 내의 변수 또는 그 시차변수를 이용한 선형 형태의 예측기법 중 MSFE가 가장 작게 된다. 한편, BLP와 다른 선형예측 모형 간에는  $T$ 가 자료의 수일 때  $O_p(T^2)$ 의 차이가 존재하는데, 가중치 선택에 따라 BLP들 간에  $O_p(1)$  차이까지 좁힐 수 있으나, Kim(2023a)은 MSFE를 최소화하는 가중치를 따로 제시하지 않고 있다.

이와 관련하여 Kim(2023b)은 공적분 벡터가 1개 이상 존재하는 보다 일반적인 상황에서 예측 시간과 예측 목표 시간 사이의 공적분 오차의 자기상관계수 행렬이 MSFE 행렬을 최소화하는 BLP(이하 이를 OBLP(optimal best linear prediction)로 칭함)의 최적 가중치 행렬임을 보이고 있다.

본고는 Kim(2023b)을 따라 한국의 GDP와 소비를 예측하는 경우 임의보행 모형과 공적분 모형들 간의 예측 성과를 비교하고, 공적분 모형을 통한 장기 예측 시 예측 효율성을 높일 수 있는 공적분 펀더멘탈을 추출하는 과정을 제시하고자 한다. 실증분석 결과 OBLP 모형은 MSFE 기준으로 평가했을 때 임의보행 모형과 단순한 공적분 모형을 능가하는 가능성을 보여 주었다. 이러한 결과에 비추어 정부나 기업에서 우리나라 GDP와 소비 등 거시경제변수 예측에서 OBLP 모형을 적극 활용하는 것은 매우 유용할 것으로 판단된다.

본고의 나머지 부분 구성은 다음과 같다. 제 II 절에서는 최적의 BLP를 유도하

는 과정을 소개하고, 제Ⅲ절에서는 한국 경제에 대한 적용 결과를 제시한다. 마지막으로 제Ⅳ절에서 연구를 마무리한다.

## Ⅱ. 최적 선형벡터 예측 모형(OBLP)의 소개

Kim(2023b)의 방법은 다음과 같이  $k$ -공적분 관계를 갖는  $I(1)$  변수로 이루어진 시스템에 대한 Phillips(1991)의 공적분 삼각형 표현(triangular representation)<sup>2)</sup>에서 출발한다.

$$y_{1t} = \delta + \Gamma' y_{2t} + z_t \quad (1)$$

$$\Delta y_{2t} = \mu + u_t \quad (2)$$

여기서  $t = 1, 2, \dots$ 일 때  $y_{1t}$ 와  $\delta$ 는  $k \times 1$ ,  $y_{2t}$ 와  $\mu$ 는  $g \times 1$ 인 변수 및 상수인 벡터 항이고,  $\Gamma$ 는  $g \times k$ 인 공적분 계수행렬이며,  $z_t$ 는  $k \times 1$ 인 공적분 오차 벡터이고,  $\Delta$ 는 시간차분을 나타내며,  $u_t$ 는  $k \times 1$ 인 평균 0인 벡터 정상(stationary) 과정을 나타낸다.

여기서 우리는 시점  $t$ 에 공적분 시스템 내에 있는 (1기 이후  $t$ 기까지의) 정보 집합  $\Omega_t \equiv (y_{11}', y_{21}', y_{12}', y_{22}', \dots, y_{1t}', y_{2t}')$ 를 이용하여 벡터 변수  $y_{1t+h}; (h \in Z^+)$ 를 예측하고자 하는데 여기서  $Z^+$ 는 양의 정수 집합을 나타낸다. 예를 들어,  $y_{1t}$ 는 우리나라의 (분기별) GDP와 소비,  $y_{2t}$ 는 경제 이론에 따라 GDP와 소비를 결정하는 거시경제 펀더멘탈, 예를 들어 이자율 스프레드<sup>3)</sup>, M1, 무역수지 및 정부 지출을 나타낼 수 있다.

예측방법 평가의 근거 기준으로, 우리는 다음과 같은 종류의 매우 일반적인 선형 형태 예측방법을 고려한다.

2) 공적분의 다양한 표현방법에 대한 내용은 Hamilton(1994)의 정리 19.2.16 및 정리 19.2.17을 참조하라.

3) 이자율 기간 스프레드(또는 장단기 금리차)의 경기침체 예측력에 대한 Estrella and Hardouvelis(1991), Estrella and Mishkin(1996, 1998), Kishor and Koenig(2010) 등 기간 스프레드의 1년까지의 경기침체 예측력이 다른 금융변수에 비해 우수하다는 다수 연구 결과가 있다. 금리 기간 스프레드의 추세 분해를 통한 미국 경기 침체의 장기 예측의 효율성에 대해서는 Kim(2021)을 참조하라.

$$F_{<x_t>} = \theta + \Theta' x_t \tag{3}$$

이는  $p(g+k) \times 1$ 인 변수  $x_t \equiv (y_{1t}', y_{2t}', y_{1t-1}', y_{2t-1}', \dots, y_{1t-1+p}', y_{2t-1+p}')$ 의 선형결합을 나타내며, 여기서  $\theta$ 는  $k \times 1$ 인 상수 벡터이고  $\Theta$ 는  $p(g+k) \times k$ 의 계수행렬이며, 따라서 방정식 (3)은  $g \times 1$ 인  $x_t$ 의 변수를 사용한 VAR 모형을 사용한 예측법을 포함한다.

다음으로 식 (1)의 공적분 계수 벡터의 추정량을 다음과 같이 정의한다.

$$(\hat{\delta}, \hat{\Gamma}) \equiv \sum_{i=1}^T (y_{1i} \ y_{2i} y_{2i}') \left( \sum_{i=1}^T \begin{bmatrix} 1 & y_{2i}' \\ y_{2i} & y_{2i} y_{2i}' \end{bmatrix} \right)^{-1} \tag{4}$$

이는 주어진 크기  $T$ 의 표본을 사용하여 얻은 식 (1)의 공적분 계수에 대한 최소자승(OLS) 추정량이다. 또  $\hat{\mu} \equiv T^{-1} \sum_{i=1}^T y_{2i}$ 는  $\mu$ 의 추정치이다.

다음으로, 예측방법의 성과를 나타내는 MSFE 행렬은 다음과 같은 방식으로 정의되며, 예측방법을 구분하는 첨자  $b$ 가 개별 예측방법을 나타낸다.

$$MSFE_b \equiv T^{-1} \sum_{i=1}^T (y_{1t+h} - F_b)(y_{1t+h} - F_b)' \tag{5}$$

한편, 단기 예측 성과가 우수한 것으로 알려진 벡터 임의보행 예측방법(앞으로  $F_1 (\equiv h\hat{\Gamma}'\hat{\mu} + y_{1t})$ 로 표시함)과 장기 예측 성과가 우수한 것으로 알려진 공적분 모형 예측방법(앞으로  $F_0 (\equiv h\hat{\Gamma}'\hat{\mu} + \hat{\delta} + \hat{\Gamma}'y_{2t})$ 로 표시함)<sup>4)</sup>들을 가중 평균한 다음의 선형결합 형태의 예측치를 다음과 같이 정의할 수 있다.<sup>5)</sup>

$$F_w \equiv wF_1 + (I_k - w)F_0 [\equiv F_0 + w z_t] \tag{6}$$

4) 여기서  $h\hat{\Gamma}'\hat{\mu}$ 는 모형 (1)과 (2)를 이용한  $y_{1t+h}$ 의 예측에서 추가되는 선형 추세(linear trend)에 대한 예측치로 임의보행 및 공적분 모형 모두에 공통적으로 추가되는 부분이다.

5) 임의보행 모형에서 공적분 모형에 더해 추가되는 공적분 오차항은 예측 효율성에 비용과 편익을 동시에 유발한다. 그 비용은 추가되는 공적분 오차항으로 인해 예측 모형 자체의 불안정성이 증가하는 것이며 편익으로는 예측 목표 변수에 포함된 예측 목표 시점의 공적분 오차 예측에 기여하는 점이다.

여기서  $w$ 는  $k \times k$ 인 실수 가중행렬이다. 식 (6)은 다양한 중요한 예측방법을 포함한다. 예를 들어,  $0_k$ 와  $I_k$ 를 각각  $k \times k$ 인 영행렬과 항등행렬로 정의할 때, 식 (6)은 가중치의 값에 따라서  $w = 0_k$ 이면 (벡터) 공적분 모형  $F_0$ 이 되고, 만일  $w = I_k$ 이면 (벡터) 임의보행 모형  $F_1$ 이 된다.

한편,  $\hat{\gamma}_h' \equiv T^{-1} \sum_{i=1}^T \hat{z}_{i+h} \hat{z}_i'$ 를 공분산 행렬의 추정량으로 정의할 때, 공적분 오차  $z_t$ 의  $z_{t+h}$ 와의 자기상관행렬의 추정량인  $\hat{\rho}_h \equiv \hat{\gamma}_h \hat{\gamma}_0^{-1}$ 를 가중치 행렬  $w$ 로 사용하여 식 (6)에 대입하는 경우 이 예측치는  $F_{\hat{\rho}_h}$ 로 주어진다. Kim(2023b)은 이 예측치 예측치는  $F_{\hat{\rho}_h}$ 가 BLP 중 최소의 MSFE 행렬을 갖는 OBLP임을 보인다. 좀 더 구체적으로, 즉 임의의  $k \times k$  행렬  $w$ 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$MSFE_w - MSFE_{\hat{\rho}_h} \equiv DD' + o_p(1) \quad (7)$$

여기서  $D \equiv w - \rho_h$ 로 주어지며 물론  $DD' \geq 0$ 이다. 식 (7)에 따르면  $MSFE_w$ 는 어떤 임의의 가중행렬  $w$ 에 대하여도  $MSFE_{\hat{\rho}_h}$ 보다 점근적으로 확률 1로 크다고 할 수 있다. 예를 들어,  $w = 0_k$ (공적분 모형)이면  $DD' = \rho_h \rho_h'$ 이며  $w = I_k$ (임의 보행 모형)이면  $DD' = (I_k - \rho_h)(I_k - \rho_h)'$ 이게 된다. 그러나  $w = \rho_h$ 이면  $DD' = 0$ 이며 이 경우가 OBLP  $F_{\hat{\rho}_h}$ 가 점근적으로 갖게 되는 가장 우수한 값이다. 다음의 보기는 이러한 결과들을 이해하는 데 도움이 된다.

[보기 2.1] 공적분 삼각형 표현 (1)과 (2)의 변수  $y_{1t}$ 과  $y_{2t}$ 가 모두 스칼라이며 벡터  $(y_{1t}, y_{2t})$ 가 Johansen(1995)의 정의대로 상수항이 없는 공적분된 VAR(1) 모형으로 나타내지는 경우를 상정하자. Kim(2012)에 따르면 공적분 삼각형 표현 (1)과 (2)는 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$z_t = \rho z_{t-1} + \epsilon_t \quad (8)$$

$$\Delta y_{2t} = u_t \quad (9)$$

여기서  $\epsilon_t$ 는 공적분 오차  $z_t$ 에 대한 독립 동일분포(i.i.d.)의 충격항이다. 식 (8)

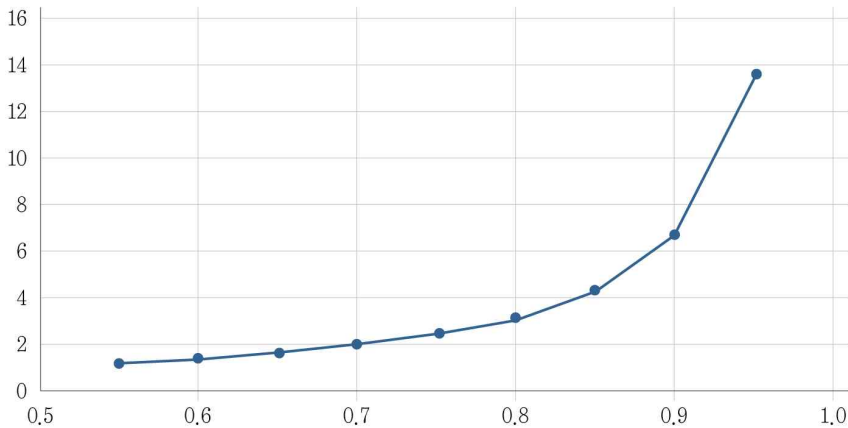
에서  $z_t$ 와  $z_{t+h}$  간의 자기상관계수(auto-correlation coefficient)는  $\rho^h$ 로 주어 짐을 쉽게 확인할 수 있다.

그런데 Kim(2023a)에 따르면  $y_{1t+h}$ 를 시점  $t$ 에 예측함에 있어,  $\rho^h > 1/2$ 이면 임의보행 모형, 즉  $y_{1t}$ 를 사용하여 예측하는 것이, 반대로  $\rho^h \leq 1/2$ 이면 공 적분 모형, 즉  $\Gamma y_{2t}$ 를 사용하여 예측하는 것이 MSFE를 최소화하는 방법이 된 다. 이는 예측 시점이  $h^* \equiv \frac{\ln(1/2)}{\ln(\rho)}$ 를 기점으로,  $h^* > h$ 인 경우의  $y_{1t+h}$  예측 에는  $y_{1t}$ 를 사용하고  $h^* \leq h$ 인 경우의  $y_{1t+h}$  예측에는  $\Gamma y_{2t}$ 를 사용하여야 함을 의미한다.

<그림 1>은  $\rho$ 의 크기에 따른  $h^*$ 의 변화를 나타내고 있다. 예를 들어, 만일  $\rho = 0.9$ 라면 개략적으로  $h^* = 7$ 이 된다. 즉, 분기 모형에서는 7분기 이후 예측에 서는 임의보행 모형보다 공적분 모형을 사용하는 것이  $y_{1t+h}$ 를 예측하는 데 있 어 MSFE를 최소화하는 방법이 된다.

반면 OBLP는 식 (6)과 같이  $\Gamma y_{2t} + \rho^h z_t$ ,  $y_{1t+h}$ 를 예측하는 데 있어 사용하 게 되며 이는 점근적으로 임의보행 또는 공적분 모형보다 MSFE를 최소화하는 방법이 된다.<sup>6)</sup> ■

<그림 1>  $\rho$ 의 크기에 따른  $h^*$ 의 변화



6) 본고와 같은 ‘반복 (간접)’ 다중 기간 선행 시계열 예측은 1기 선행 모형을 반복 사용하여 예측하는 반면, ‘직접’ 예측은 종속변수가 예측되는 기간 동안 매기 새로운 추정 모델을 사용하여 예측한다. 이론적으로는 1기 선행 모형이 올바르게 선택되면 반복 예측이 보다 더

한편, OBLP가 갖게 되는 MSFE는 다음과 같이 두 부분으로 분해할 수 있다.

$$MSFE_{\rho_h} = \Gamma' \Sigma_h \Gamma + \gamma_0 - \gamma_h' \gamma_0 \gamma_h \quad (10)$$

위의 식 (10)은 예측 대상 변수  $y_{1t+h}$ 와  $F_{\rho_h}$ 의 점근값  $F_{\rho_h} \equiv \Gamma' y_{2t} + \rho_h z_t$ 과의 차이를 상수항을 0으로 하여 배제하는 경우 다음과 같이 분해할 수 있는 데에서 얻어진다.

$$y_{1t+h} - F_{\rho_h} = \Gamma'(y_{2t+h} - y_{2t}) + z_{t+h} - \rho_h z_t \quad (11)$$

두 번째 분해 식 (11)로 해석해 보면, 식 (10)의 MSFE의 분해에서  $\Gamma' \Sigma_h \Gamma$  부분은 펀더멘탈 예측 오차( $\Gamma'(y_{2t+h} - y_{2t})$ )에서 발생한 것이며, 또 나머지  $\gamma_0 - \gamma_h' \gamma_0 \gamma_h$  부분은 공적분 오차의 사영(projection)을 통한 최적 예측 오차( $z_{t+h} - \rho_h z_t$ )에서 발생한 것을 반영하게 된다. 여기서 강조할 점은 식 (7)과 같은 OBLP의 최적성은 식 (2)의 펀더멘탈에 충격항  $u_t$ 가 외생적이며 따라서 공적분 오차  $z_t$ 와 독립이라는 가정하에 잘 알려진 사영을 통한 예측이 선형예측 중 최소의 MSFE를 갖는다는 최적성에 기인하는 당연한 결과라는 것이다.<sup>7)</sup>

Kim(2023b)에서 제시하는 OBLP의 최적성에 필요한 가정은 Kim(2023a) 가정 2.1의 벡터 일반화 형태이며, 주로 Hamilton(1994) Proposition 18.1 및 7.2.15에서 채택한 것과 유사하다. 특히 Kim(2023a) 가정 2.1에서 식 (2)의 펀더멘탈  $y_{2t}$ 의 차분에 대한 충격항  $u_t$ 가 외생적이며 따라서 공적분 오차  $z_t$ 와 독립인 것으로 가정되는 것이 중요하다. 예를 들어,  $y_{1t}$ 가 주가일 때 공적분 오차  $z_t$ 의 충격이 주식시장의 투기적 심리 같은 이상 열기(fever)를 반영하고  $y_{2t}$ 가 배당 등 주가의 펀더멘탈 변수를 나타내는 경우, 이런 유의 가정은 Poterba and Summers(1988) 및 Summers(1986)에서와 같이 정당화될 수 있다.

마지막으로, Kim(2023b)은 BLP와 식 (3)과 같은 일반적인 선형 형태의 예측

---

효율적이지만, 잘못된 모형 선택의 경우에는 직접 예측이 더 우월할 수 있다. Massimiliano, Stock and Watson(2006)에 따르면, 1959년부터 2002년까지 미국의 월별 거시경제 시계열에서 시뮬레이션 산출된 자료를 이용하여 반복(간접) 예측과 직접 예측을 비교한 결과, 반복 예측은 일반적으로 직접 예측보다 우월하며 반복 예측의 상대적 성능은 예측기간에 따라 향상되는 것으로 나타났다.

7)  $z_{t+h}$ 에 대한  $z_t$ 를 이용한 사영예측은  $\rho_h z_t$ 가 된다.



방법 사이에는  $O_p(T^2)$ 의 차이가 존재하며 BLP와 OBLP 사이에는 다음과 같이  $O_p(1)$ 의 차이가 발생함을 보여 주고 있다.

$$MSFE_{<x_t>} = MSFE_{\hat{\rho}_h} + DD' + T^{-1} \sum_{t=1}^T \tilde{\Theta}' x_t x_t' \tilde{\Theta} + O_p(T)$$

여기서  $\tilde{\Theta} \equiv [0_{k,1}, I', 0_{k, [p(g+k)-(g+1)]}]' - \Theta (\neq 0)$ ,  $0_{a,b}$ 는  $a \times b$ 의 영행렬,  $\tilde{\Theta}' x_t x_t' \tilde{\Theta} \geq 0$ 이며  $\tilde{\Theta}' x_t x_t' \tilde{\Theta}$ 는  $O_p(T^2)$  그리고  $DD'$ 은  $O_p(T)$ 이다.

[참고 2.2] 한편, 식 (7)에서 Kim(2023b)은 예측 지평선  $h$ 가 증가함에 따라 공적분 오차의 자기공분산 행렬  $\rho_h$ 이 작아질 때 공적분 모형과 OBLP 예측의 MSFE가 동일해짐을 보인다.<sup>8)</sup> 이는 공적분 모형에 비해 OBLP 예측에서 추가로 사용하는 공적분 오차와 예측 대상 변수에 포함된 공적분 오차 간의 상관관계가 예측기간이 길어짐에 따라 점차 약화되는 데에서 발생한다. 예를 들어, [보기 2.1]에서 자기상관계수  $\rho^h$ 가 예측기간  $h$ 가 증가함에 따라 0에 수렴하게 된다. 이런 측면에서 보다 장기 예측에서는 OBLP 예측의 공적분 모형 대비 상대적 우위성이 소멸하게 되는 것이다.

그러나 식 (7)에서 자기상관행렬이면  $\rho_h$ 가 예측기간  $h$ 가 증가함에 따라 0으로 수렴하더라도 임의보행 모형과 OBLP 모형의 MSFE 행렬의 차이는 최소한  $DD' = I_k$ 로 유지된다는 것을 알 수 있다. 이러한 차이는 임의보행 모형이 예측기간  $h$ 에 관계없이 예측 시점의 공적분오차를 항상 사용하기 때문에 발생한다.

■

### Ⅲ. 한국 GDP 및 소비 예측에의 적용

이 절에서는 제Ⅱ절에서 제시된 예측방법을 사용하여 한국 GDP 및 소비에 대한 표본 외 예측(out of sample forecast)을 수행한다.

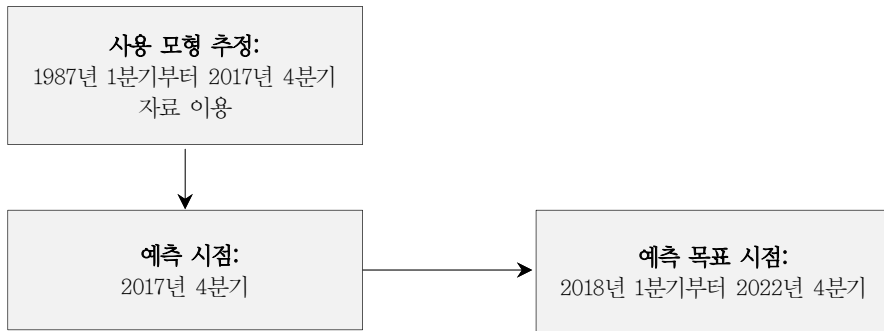
8) 이는 스칼라인 공적분 오차가 자동회귀이동평균[ARMA (p, q)] 과정을 따르며, 이의 특성 방정식의 근이 단위원 외부에 놓여 있을 때, 즉 정상시계열(stationary process)일 때 발생한다.

사용된 자료는 분기별 빈도를 가지며 1987년 1분기<sup>9)</sup>부터 2022년 4분기까지이다. 자료 출처는 이자율의 기간 스프레드는 한국은행 경제통계시스템과 미 연준 Saint Louis에서 제공하는 FRED이다. 한국 GDP와 소비에 대해 처음에 고려한 공적분 펀더멘털은 이자율 기간 스프레드(국민주택채권1종 5년물-통안증권 1년물), M1, 무역수지(수출-수입) 및 정부 지출이며, 이자율 기간 스프레드와 무역수지를 제외한 모든 변수는 로그 변환하여 사용하였다.<sup>10)</sup>

비교 대상 예측 모형은 OBLP, 공적분, 임의 보행 및 VAR(2) 모형 등이다. 이들 제안된 모형의 표본 외 예측 성능을 분석하기 위해, 먼저 1987년 1분기부터 2017년 4분기(예측 이용자료 기간)까지의 자료를 사용하여 2017년 4분기(예측 시점)에 2018년 1분기부터 2022년 4분기까지(예측 대상 시점) 각 분기의 한국 GDP와 소비를 예측한다. 아래 <그림 2>는 이러한 예측 과정의 구조를 나타낸다.

이러한 작업들에 앞서, 먼저 주어진 자료가 제Ⅱ절에서 제시된 모형과 가정에 부합하는지 검정한다. 먼저, 고려한 모형 변수들의 단위근 보유 여부를 확인하기 위해 증강 디키-풀러(ADF) 및 엘리엇-로텐버그-스톡(ERS) 점최적 검정을 수행하였다. 단위근 검정 결과는 <표 1>에서 보듯 가장 현실적인 상수항이 검정방정식에 포함된 경우를 기준으로 ERS 검정 결과, 모든 변수들에서 1% 유의수준으로 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각할 수 없는 것으로 나타났다. 다만 ADF

<그림 2> OBLP 예측 작업의 구조



9) 이는 공개되고 있는 자료의 최대 소급기한이다.

10) 경제 이론에서 이러한 변수들은 각각 외생적인 통화(이자율 기간 스프레드 및 M1) 및 재정(정부 지출) 정책과 대외 충격(순수출)을 나타낸다. 이자율 기간 스프레드의 경기 침체 예측 가능성에 대해서는 Estrella and Hardouvelis(1991), Estrella and Mishkin(1996, 1998), Kishor and Koenig(2010)를 참고하라.

〈표 1〉 단위근 검정 결과<sup>1),2)</sup>

검정식 추가변수	없음	상수항		상수항과 추세	
		ADF	ERS	ADF	ERS
GDP	1	0	6,890.6	0.148	697.0
CON	0.999	0	4,305.9	0.256	434.3
M1	1	0.109	1,126.6	0.522	65.5
NETEX	0.006	0.053	5.1	0.141	10.0
TS	0.001	0.013	3.7	0.011	3.7
GOV	1	0	6,314.4	0.071	841.2

주: 1) 단위근이 있다는 귀무가설에 대한 P값이며 시차는 슈바르츠 기준(SC)에 의해 선택됨.

2) 1퍼센트 수준의 검정값은 Elliott-Rothenberg-Stock(1996) 표 1에 따라 1.99(검정방정식에 상수항이 포함된 경우) 및 3.96(추세와 상수항이 검정방정식에 포함된 경우)이다. 추정방법은 자동 회귀 스펙트럼 OLS이다.

3) 소비는 CON, 정부 지출은 GOV, 이자율 기간 스프레드는 TS, 무역수지는 NETEX로 각각 약칭함.

검정 결과의 경우에는 상수항의 포함 여부에 따라 검정 결과가 극단적으로 바뀌는 불안정성을 보였다. 따라서 이하에서는 ERS 검정 결과를 따라 모든 변수가 단위근을 갖는다고 가정하고 아래 분석을 진행하기로 한다.

다음으로 VAR 모형을 사용한 Johansen 공적분 검정을 수행하여 VAR 모형에 공적분 벡터가 존재하는지 확인하였다. 이를 위하여 먼저 최종예측 오차 및 AIC 정보 기준에 따라 VAR 모형의 시차 크기를 2로 설정하였다.

VAR(2) 모형을 이용한 Johansen 검정 결과는 〈표 2〉와 같이 각각 5% 유의 수준에서 trace 검정의 경우 2개의 공적분 벡터를 나타내고, maximum eigen value 검정은 1개의 공적분 벡터를 나타내고 있다. 이에 따라 다음 분석에서는 보다 일반적인 결과를 얻기 위해 공적분 벡터의 수를 2로 가정하기로 한다.

〈표 3〉은 공적분 벡터의 개수를 2로 가정하여 Johansen(1995)의 완전정보 최대 가능성(Full Information Maximum Likelihood: FIML) 방법으로 추정된 정규화된 공적분 계수를 나타낸 것이다. 여기서 순수출의 경우 로그변환 GDP 및 소비의 공적분 방정식 계수 추정치가 각각  $-0.432$  및  $-0.834$ 로 음의 값을 보여 M1과 정부 지출이 양의 값을 보인 것과 반대이다.<sup>11)</sup> 따라서 순수출의 경우 이론적 예측과 반대 부호로서 공적분 펀더멘탈에서 우선 제외하기로 하였다.

11) 이는 식 (1)에서  $I$ 의 추정치에 해당한다. 〈표 3〉의 추정계수값은  $-I$ 에 상응하는 것이다.

〈표 2〉 공적분 검정 결과

Trace 검정				
가설공적분벡터의 수	특성근값	통계량	5% 수준 기각값	p-값 <sup>2)</sup>
None <sup>*</sup>	0.417	154.461	95.754	0.000
At most 1 <sup>*</sup>	0.205	78.299	69.819	0.009
At most 2	0.174	45.890	47.856	0.076
At most 3	0.074	19.002	29.797	0.493
At most 4	0.056	8.227	15.495	0.441
At most 5	0.001	0.106	3.841	0.745

Maximum Eigenvalue 검정				
가설공적분벡터의 수	특성근값	통계량	5% 수준 기각값	p-값 <sup>2)</sup>
None <sup>*</sup>	0.417	76.163	40.078	0.000
At most 1	0.205	32.408	33.877	0.074
At most 2	0.174	26.889	27.584	0.061
At most 3	0.074	10.774	21.132	0.670
At most 4	0.056	8.121	14.265	0.367
At most 5	0.001	0.106	3.841	0.745

주: 1) \*는 0.05 수준에서 가설이 기각되었음을 나타냄.  
 2) MacKinnon-Haug-Michelis(1999), p-값.  
 3) 선형 추세 추가기준.

〈표 3〉 FIML 추정 정규화 공적분 계수

GDP	CON	M1	GOV	TS	NETEX
1	0	-0.218 (0.167)	-0.265 (0.197)	-0.019 (0.032)	0.432 (0.250)
0	1	-0.242 (0.194)	-0.169 (0.229)	-0.057 (0.038)	0.834 (0.290)

주: 괄호 안은 표준 오차.

이러한 공적분 퍼던멘탈 선택/제외의 강건성 검정을 위해, 이들 변수들이 ‘공적분 방정식에서 제외된다’는 귀무가설에 대해 LR(Log-likelihood Ratio) 검정을 수행했다. 다음 〈표 4〉의 LR 검정 결과에 따르면, M1과 정부 지출에 대해 GDP 및 소비와 공적분 관계가 없다는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각할 수

〈표 4〉 공적분 변수 제외 검정 결과

가설상 제외변수	제약로그 우도값	LR 통계량	자유도	P-값
M1	1,791.286	1,384035	2	0.500
GOV	1,789.915	4,125101	2	0.127
TS	1,787.63	8,696266	2	0.012
NETEX	1,780.88	22,1953	2	0.000

없었으며, 이자율 기간 스프레드와 순수출에 대해서는 5% 유의수준에서 동일한 귀무가설을 기각할 수 있었다. 그러나 정부 지출의 경우 M1의 경우보다 p-값이 1/4에 불과한 수준을 보였다.

결론적으로 위의 두 가지 FIML 추정 및 LR 검정 결과를 바탕으로 GDP 및 소비의 공적분 펀더멘탈로는 예측에서의 예측 모형 간결성(simplicity) 중요성을 감안하여 이자율 기간 스프레드와 정부 지출만을 고려하기로 결정하였다.<sup>12)13)</sup>

한편, 예측작업 실행을 위한 앞서 제시한 예측변수들의 공적분 계수 추정은 Kim(2023)에서 제시한 대로 Engle and Granger(1987)에 따라 〈표 5〉와 같이 OLS 추정을 통해 추정하였다. 이는 장기 영향행렬의 분해에 의한 Johansen (1991)의 공적분 계수 추정방법은 공적분 계수 추정에 있어 공적분 방정식에서 상수항을 고려하지 않는 반면, Phillips(1991)의 모형 (1)의 삼각형 표현은 공적분 방정식에 상수항이 존재 가능함을 명시하고 있기 때문이다.<sup>14)</sup>

다음으로 예측 성능의 비교는 공적분 모형, 임의보행 모형, OBLP 및 VAR 모형에 의한 예측과 실제값의 차이인 예측 오차의 절댓값을 비교하는 방식으로 진행하였다. 한편, 모든 예측 모형의 펀더멘탈에 상수항을 포함하기 위해서는  $\Gamma'\mu \neq 0$  조건이 충족되어야 한다. 그렇지 않으면 상수항이라는 불필요한 변수가

12) 예측에서 불필요한 설명변수의 추가는 사격에서 사대(射臺)가 흔들리는 것과 마찬가지로의 효과를 갖는다. 목표물이 움직이는 것은 고정 목표보다 사격의 정확성을 저하시킨다.

13) 정부 지출의 경우 M1보다 p-값이 1/4 수준으로 작고 정부의 재정정책을 반영한다는 면에서 펀더멘탈에 추가하기로 하였다.

14) I(0)인 상수항을 공적분 방정식에 추가하는 것은 모형변수 간의 공적분 관계에 영향을 미치지 않지만 예측 성과에는 큰 영향을 미칠 수 있다. 실제로 본고의 연구 과정에서 상수항의 추정치를 예측에 추가 사용하면 예측 모형에 관계없이 일반적으로 예측 오차가 심하게 커진다는 것을 발견했다. 그러나 공적분 방정식에 포함할 펀더멘탈 변수를 결정하는 Johansen(1991)의 LR 검정법을 사용했다. 이는 오차항의 정규성(normality)을 가정하는 경우 얻을 수 있는 LR 검정의 최적성을 고려한 것이다.

〈표 5〉 공적분 계수의 OLS 추정 결과

종속변수	상수항	GOV	TS	NEX
GDP	5.256 (0.132)	0.811 (0.007)	0.019 (0.008)	-0.017 (0.059)
소비	4.533 (0.148)	0.827 (0.008)	0.034 (0.009)	-0.113 (0.066)

주: 괄호 안의 숫자는 표준 오차이다.

예측에 추가됨에 따라 예측기간  $h$ 가 증가함에 따라 예측 오차가 크게 증가할 수 있다.

이에 따라 예측에 앞서 선형 추세의 포함 여부를 검정하기 위한 귀무가설  $H_0: \Gamma'\mu = 0$ 에 대한 검정을 수행하는 것이 바람직한 것으로 보인다. 그러나 이러한 검정의 기술적 어려움을 반영하여 본고에서는 이 귀무가설 검정은 다음과 같이 분해한 형태의 귀무가설, 즉  $H_{A0}: \mu = 0$ 와  $H_{B0}: \Gamma = 0$ 으로 나누어 간접적으로 검정하고자 한다.<sup>15)</sup>

이와 관련하여 다음 〈표 6〉의 검정 결과에 따르면, 이자율 기간 스프레드의 경우  $t$ -검정에서  $H_{A0}: \mu = 0$ 의 귀무가설을 기각할 수 없었으나 정부 지출은 5% 유의수준에서 귀무가설을 기각할 수 있었다. 그러나  $H_{B0}: \Gamma = 0$ 의 검정에 상응하는 정부 지출에 대한 공적분 계수 추정치(〈표 3〉 참조)의 표준 오차는 상대적으로 높아 귀무가설을 기각하기가 어려운 것으로 나타났다. 따라서 이러한 결과를 종합하면 귀무가설  $H_0: \Gamma'\mu = 0$ 가 충족될 가능성을 시사하며, 이에 따라 모든 예측 모형에서 상수항을 제외하고 앞으로의 예측작업을 수행하기로 한다.<sup>16)</sup>

다음으로 제Ⅱ절에서 제시한 예측 모형을 이용하여 산출된 한국 GDP와 소비의 예측 오차를 추정하였다.<sup>17)</sup> 그 결과 다음 예측 오차 〈그림 3〉에서 보는 바와 같이, 모든 경우의 예측 오차의 절댓값에서 OBLP 모형이 임의보행 모형보다

15) 보다 엄밀한 검정은 추정량  $\hat{\Gamma}'\hat{\mu}$ 의 극한 분포를 유도하여 수행해야 하나 이 작업은 자료의 비정상성(non-stationarity)을 감안 시 극한분포의 표준적 기각값(pivotal critical value) 유도가 불가능한 등 어려움이 있다. 따라서 붓스트랩(bootstrap)을 이용한 가설검정이 가능할 것으로 보이나 이에 대한 보다 엄밀한 접근은 추후 연구를 통해 이루어질 것으로 기대한다.

16) 실제 이런 선형 추세를 추가하여 예측 작업을 별도로 수행해 본 결과, 예측 오차가 매우 큰 것으로 나타나 이러한 검정 결과를 지지하고 있다.

17) 예측 오차에 대한 실제 값은 〈부표 1〉에 있으며 모형변수에 대한 그래프는 〈부도 1〉에 있다.

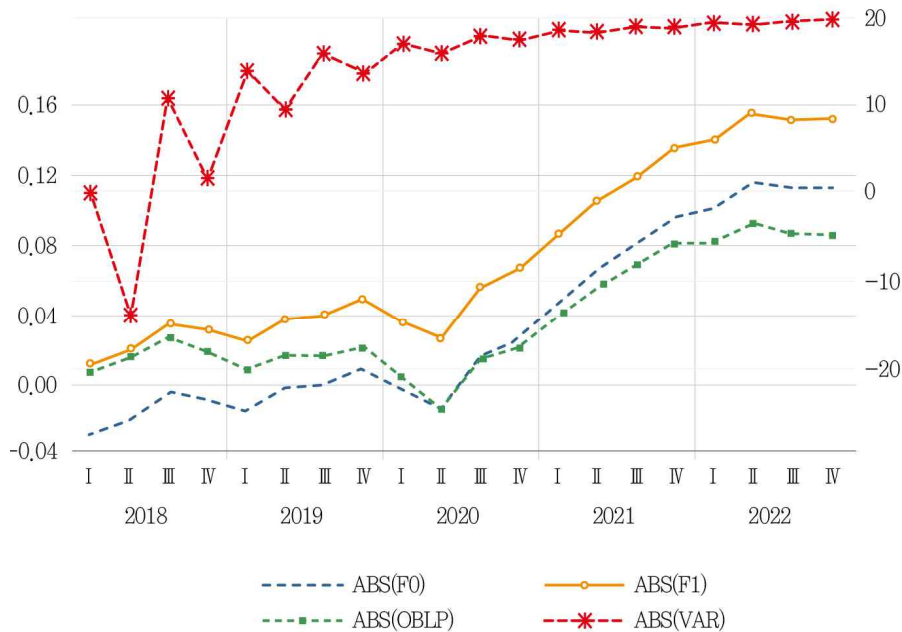
우수한 것을 알 수 있다.<sup>18)</sup> 또한 OBLP 모형은 10분기 이후 모든 예측 결과에서 공적분 모형보다 우수한 성능을 보였다. 다만 10분기 이전의 경우 OBLP와 공적분 모형 간의 예측 성과는 우열이 혼재하는 양상을 보였다. 아래 <그림 3>은 또한 모형의 과거 시차변수 2개를 예측변수로 사용한 VAR(2) 모형을 사용한 예측의 오차를 비교하여 보여 준다. 여기서 VAR(2) 모형은 1분기 앞을 제외하고는

<표 6> 모형 (2)의 상수항 추정 결과

변수	추정계수	표준오차	t-통계량	P-값
GOV	0.026	0.002	13.870	0.000
TS	0.016	0.049	0.317	0.752

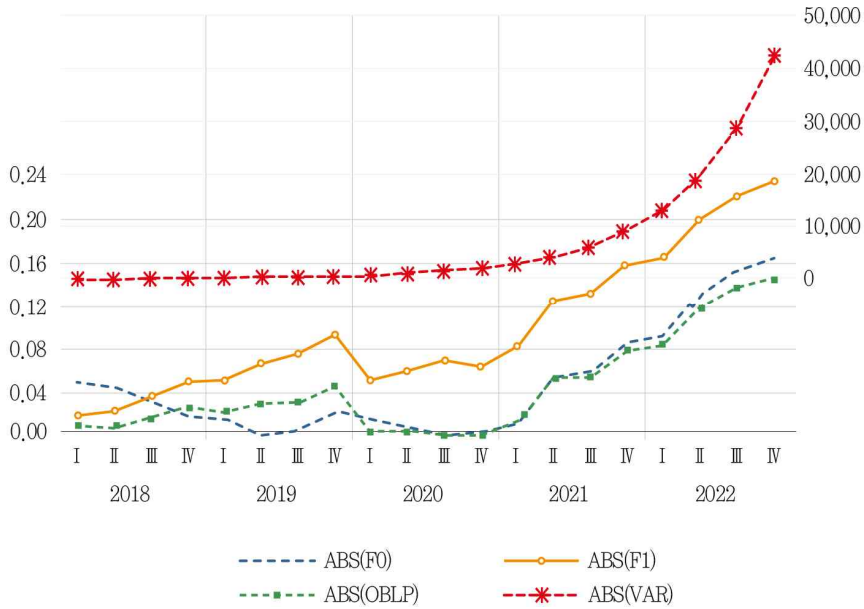
<그림 3> 예측방법별 예측 오차 절댓값 비교<sup>1)</sup>

a. GDP 표본 외 예측



18) 예측 오차의 절댓값 대신 평균제곱오차(Mean Squared Prediction Error)를 사용하여 예측 성과를 비교한 경우에도 큰 차이는 발견되지 않았다.

b. 소비 표본 외 예측



주: F0는 공적분 모형, F1은 임의보행 모형, VAR은 VAR(2) 모형을 각각 나타냄.

다른 모형과 비교하여 매우 큰 예측 오차를 나타냄을 확인할 수 있다.<sup>19)</sup>

한편, [참고 2.2]에서 이론적으로 설명한 바와 같이 공적분 모형과 OBLP 모형의 예측은 예측기간  $h$ 가 증가함에 따라 수렴하는 경향을 보일 것으로 전망된다.<sup>20)</sup> 이는 공적분 오차의 공분산 행렬의 결정계수<sup>21)</sup>의 절댓값이  $h$ 가 증가함에 따라 0에 수렴하는 것을 보여 줌으로써 확인할 수 있다.

이를 보이기 위하여 다음 <그림 4>에는 자기상관계수행렬 추정치의 행렬식값  $|\hat{\rho}_h|$ 을 예측기간  $h$ 에 따라 나타내고 있다. 여기서  $|\hat{\rho}_h|$ 가  $h$ 기 10분기까지는 감소하다가 이후부터는 약간 증가하는 양상을 보이고 있음을 알 수 있다. 이의 해석은 공적분 오차의 안정성과 관련지어 이루어질 수 있다. Kim(2023b)에 따르면 자기상관계수행렬의 행렬식  $|\rho_h|$ 의 크기는 공적분 오차  $z_t$ 가 안정적인 ARMA(p, q) 과정을 따르는 경우  $h$ 가 커짐에 따라 감소하게 된다. 이는 수학적으로 행렬

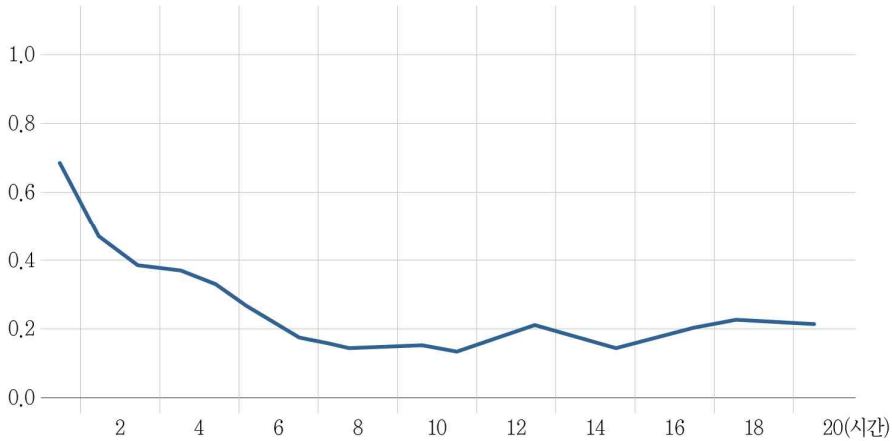
19) VAR 모형을 통한 예측은 Lütkepohl(1991), p. 31의 방법을 사용했다. 제 II 절에서 언급하였듯이 이는 이론적으로 OBLP와  $O_p(T^2)$ 의 차이를 보인다.

20) 이의 확인은 제 II 절에서 제시한 이론적 체계의 실증적 강건성을 검증해 보는 의미를 지닌다.

21) 이는 스칼라 변수인 경우의 자기상관계수 개념을 행렬인 경우로 확장했다는 의미를 지닌다.



〈그림 4〉 공적분 오차의 시차별 자기상관계수행렬의 행렬식 값



식  $|\rho_h|$ 이  $z_t$ 가 (안정적인) ARMA(p, q) 과정에서 얻게되는 크기가 1보다 작은 (실수인 경우) 특성근들(eigen values)의 곱이기 때문에 나타나는 현상이다.

그런데  $|\widehat{\rho}_h|$ 가  $h$ 기 10분기까지는 감소하다가 이후부터는 약간 증가하는 양상을 보이는 것은 위에서 언급한 특성근값이 구조변동으로 인해 커졌다는 것을 의미한다. 따라서 이는 특성근의 크기로 표현되는 공적분 오차  $z_t$ 의 안정성의 정도가 약화(또는 불안정성의 정도의 심화)되었다고 해석할 수 있다. 즉, GDP 또는 소비가 장기 균형으로 이동하다가 다시 이에서 멀어지게 하는 어떤 요인이 약 10분기 이후 주기적으로 발생<sup>22)</sup>하였다는 것을 의미한다.

이와 같은 사실은 OBLP와 공적분 모형의 GDP 및 소비의 예측 오차의 절댓값의 차이가 10분기 이후 다시 커지고 있는 〈그림 4〉에서도 확인할 수 있다. 이를 좀 더 자세히 설명하면 OBLP와 공적분 모형의 예측 차이는 식 (6)에 따르면 다음과 같이 주어진다.

$$F_{\rho_h} - F_0 = \rho_h \widehat{z}_t$$

그런데 위의 차이의 크기는 주어진  $z_t$ 에서  $\rho_h$ 의 크기에 의존하며 이 크기는 행렬식  $|\rho_h|$ 의 크기와 상관성을 갖고 있다. 이러한 점에서 〈그림 3〉과 〈그림 4〉

22) 2년 6개월마다 주기적으로 발생하는 요인이 경기변동과 관련이 있는지는 추가 연구를 요하는 사안으로 판단된다.

는 구조변동 가능성을 염두에 보고 연결지어 생각할 수 있다.<sup>23)</sup>

## IV. 결론

본고는 다중 공적분 시스템하에서 임의보행 모형과 공적분 모형의 최적 선형결합 예측기법(OBLP)을 이용하여 한국의 GDP와 소비를 예측하고 그 예측 성과를 임의보행 모형, 공적분 모형 및 VAR 모형과 비교한다. 여기서 공적분을 구성하는 펀더멘털로는 통화·재정정책 및 대외충격을 반영하여 이자율 기간 스프레드, M1, 무역수지 및 정부 지출을 우선 고려하였다. 제안된 모형의 표본 외 예측 성능을 분석하기 위해 1987년 1분기부터 2017년 4분기까지의 자료를 사용하여 2018년 1분기부터 2022년 4분기까지 각 분기의 한국 GDP와 소비를 예측하였다. 그 결과 모든 경우의 예측 오차의 절댓값 기준에서 OBLP 모형이 임의보행 모형을 능가하며, 10분기 이후 예측 결과에서 공적분 모형보다 우수한 것으로 나타났다. 다만 10분기 이전의 경우 OBLP와 공적분 모형 간의 예측 성과는 우열이 혼재하는 양상을 보였다. VAR(2) 모형은 1분기 앞을 제외하고는 여타 모형에 비해 매우 큰 예측 오차를 나타냈다. 이런 예측 우수성을 감안할 때 정부나 한국은행 또는 민간기관의 장단기 예측에서 OBLP 모형을 함께 고려하는 것도 매우 유용할 것으로 판단된다.

마지막으로 실증분석에서 금리, 증가, 환율 등 다른 거시경제변수에 대해서도 OBLP를 활용한 예측을 적용해 보는 것도 흥미로운 추가 연구 주제로 판단된다. 또 본문의 공적분 삼각형 표현의 비선형 상태공간 모형(State Space Model) 표현도 가능하므로 머신러닝 기법의 RNN(Recurrent Neural Network)을 이용한 추정 및 예측 시도나 신성휘·최기홍(2015)과 같이 시뮬레이션을 통한 예측 성과 분석도 시도해 볼 만한 가치가 있는 것으로 판단된다.

23) 또한 공분산 행렬의 행렬식도 <그림 4>와 같이  $h$ 가 증가함에 따라 0에 수렴한다는 점에 유의한다.

## 자료설명

GDP: Nominal Gross Domestic Product for Republic of Korea, Domestic Currency, Quarterly, Seasonally Adjusted

Consumption: Nominal Final Consumption Expenditure for Republic of Korea, Domestic Currency, Quarterly, Seasonally Adjusted

Exports: Value Goods for the Republic of Korea, US Dollars, monthly level, Quarterly, Seasonally Adjusted

Interest Rate Spread: National Housing Bond (5-year) – Monetary Stability Bond (1-year)

Imports: Value Goods for the Republic of Korea, US Dollars, monthly level, Quarterly, Seasonally Adjusted

M1: M1 for the Republic of Korea, National Currency, Quarterly, Seasonally Adjusted

Government Expenditure: Nominal General Government Final Consumption Expenditure for Republic of Korea, Domestic Currency, Quarterly, Seasonally Adjusted

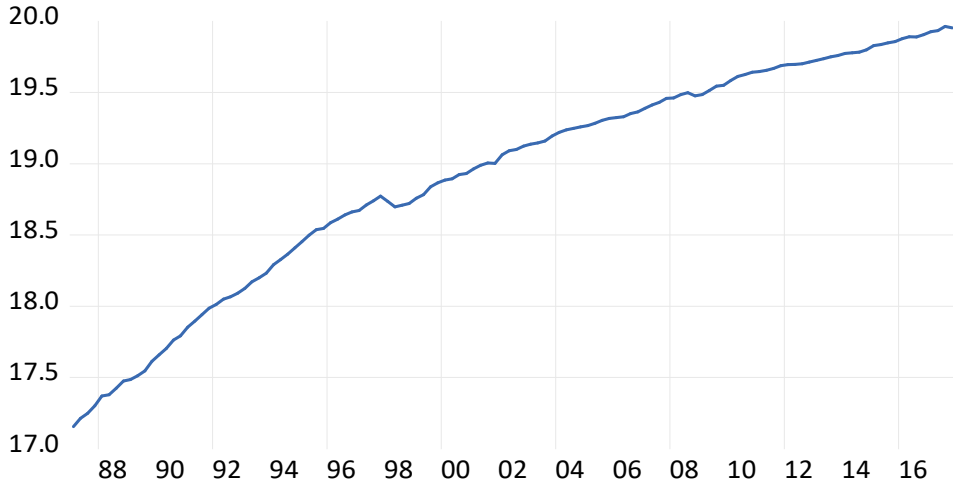
## 부록

〈부표 1〉 예측 모형의 예측 오차 비교

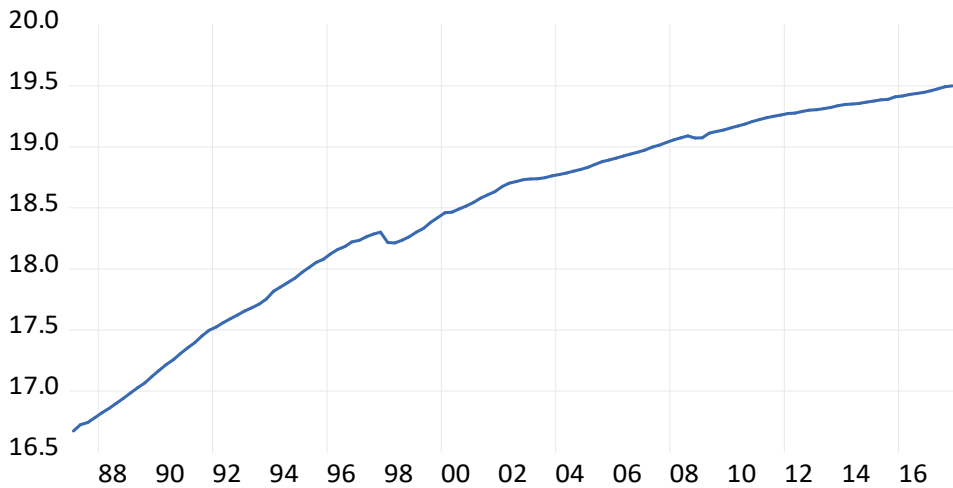
예측 모형	GDP				소비			
	F0	F1	OBLP	VAR(2)	F0	F1	OBLP	VAR(2)
2018Q1	-0.029	0.011	0.008	0.002	-0.051	0.020	0.010	0.008
2018Q2	-0.019	0.021	0.016	-13,806	-0.045	0.025	0.010	-33,471
2018Q3	-0.005	0.035	0.027	10,792	-0.032	0.038	0.017	-37,070
2018Q4	-0.007	0.032	0.019	1,983	-0.019	0.051	0.027	-74,843
2019Q1	-0.014	0.025	0.009	14,089	-0.017	0.053	0.023	-110,946
2019Q2	-0.002	0.038	0.017	9,419	-0.003	0.067	0.031	-177,105
2019Q3	0.001	0.041	0.017	15,858	0.005	0.076	0.032	-265,682
2019Q4	0.010	0.049	0.022	13,521	0.024	0.094	0.045	-401,373
2020Q1	-0.003	0.036	0.003	17,013	-0.018	0.052	-0.004	-596,887
2020Q2	-0.012	0.027	-0.014	15,885	-0.011	0.060	-0.005	-886,274
2020Q3	0.017	0.056	0.014	17,860	-0.002	0.069	0.001	-1,309,434
2020Q4	0.027	0.067	0.022	17,373	-0.006	0.064	-0.003	-1,931,668
2021Q1	0.047	0.087	0.039	18,494	0.014	0.084	0.016	-2,844,297
2021Q2	0.066	0.106	0.057	18,320	0.054	0.124	0.052	-4,184,375
2021Q3	0.080	0.120	0.068	18,969	0.061	0.131	0.054	-6,151,183
2021Q4	0.096	0.136	0.081	18,931	0.087	0.157	0.080	-9,038,397
2022Q1	0.101	0.140	0.082	19,310	0.093	0.163	0.085	-13,276,358
2022Q2	0.116	0.155	0.093	19,331	0.129	0.199	0.118	-19,497,210
2022Q3	0.112	0.152	0.088	19,552	0.151	0.221	0.136	-28,628,604
2022Q4	0.113	0.153	0.086	19,580	0.163	0.233	0.144	-42,032,392

〈부도 1〉 모형에 사용된 변수들의 그래프<sup>24)</sup>

GDP

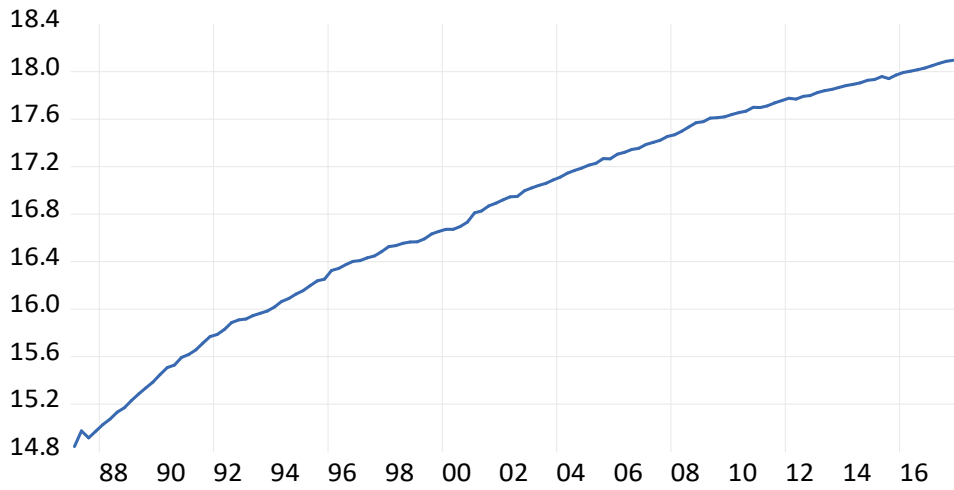


CON

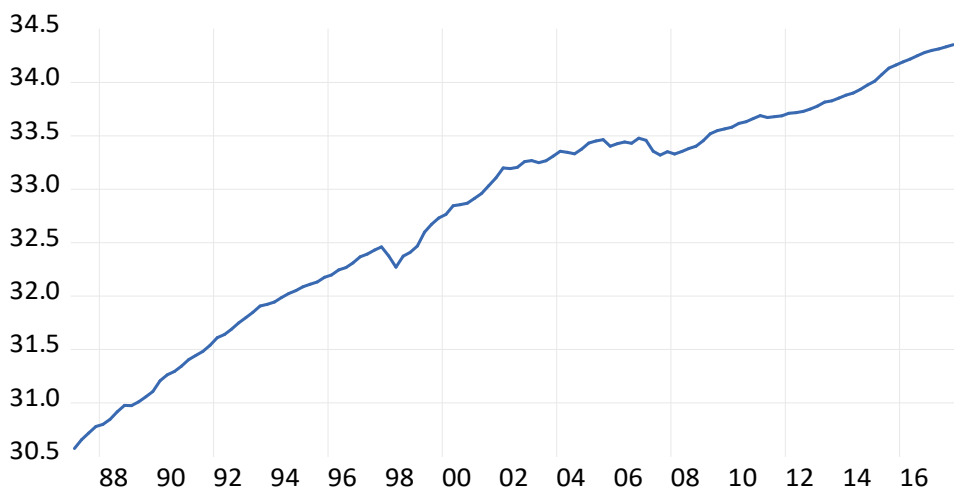


24) 변수의 정의는 각각 소비는 CON, 정부 지출은 GOV, 이자율 기간 스프레드는 TS, 순수출은 NEX이다.

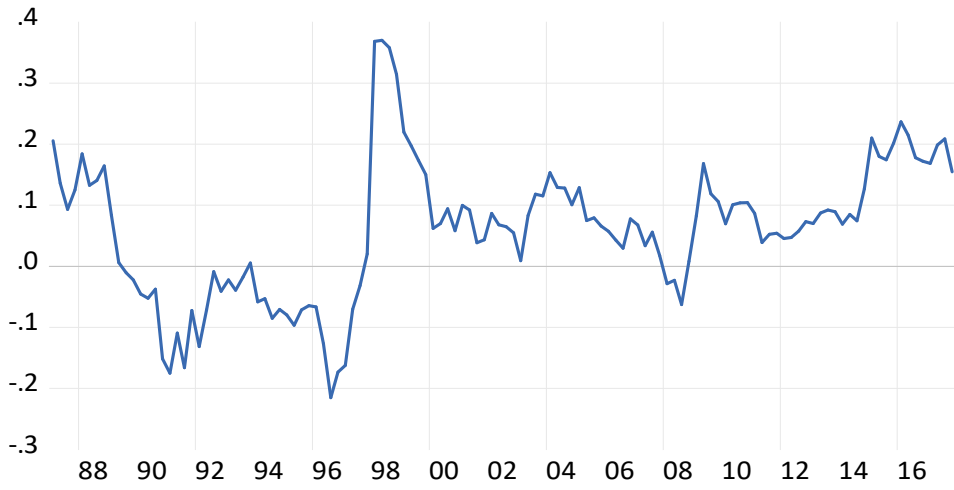
GOV



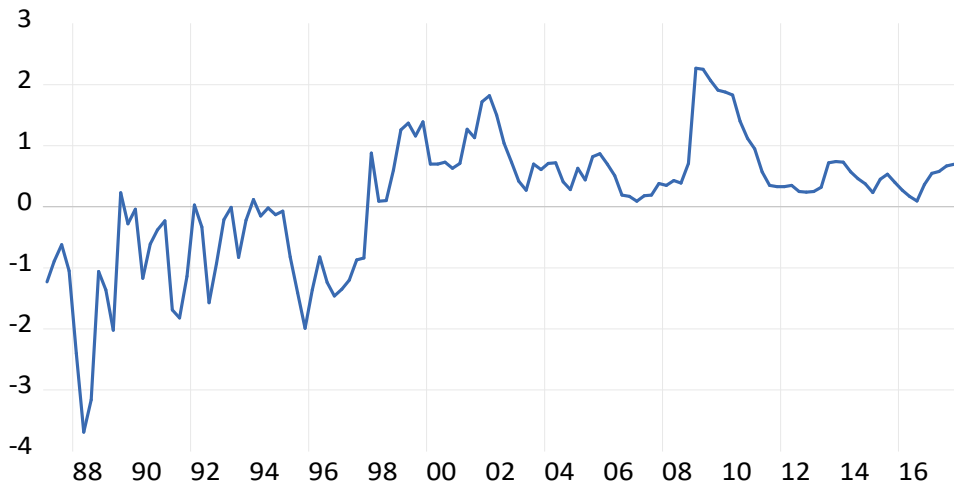
M1



NEX



TS



## 참 고 문 헌

- 김윤영 · 박준용, “혼합주기자료 VAR 모형을 이용한 분기 GDP성장률의 최적예측,” 『경제학연구』 제55권 제3호, 2007, 189~217.
- 신성휘 · 최기홍, “인적자본이 내생화된 중첩세대모형을 이용한 우리나라의 장기 경제성장 전망,” 『한국경제연구』 제33권 제1호, 2015, 89~114.
- Abeyasinghe, T., “Forecasting Singapore’s Quarterly GDP with Monthly External Trade,” *International Journal of Forecasting*, Vol. 14, 1998, 505~513.
- Chinn, M. D. and R. A. Meese, “Banking on Currency Forecasts: How Predictable is Change in Money?,” *Journal of International Economics*, 1995, 161~178.
- Dornbusch, R., “Real Exchange Rates and Macroeconomics: A Selective Survey,” Working Paper No. 2775, National Bureau of Economic Research, 1988.
- Estrella, A. and F. S. Mishkin, “The Yield Curve as a Predictor of US Recessions,” *Current Issues in Economics and Finance*, FRB of New York, 1996.
- \_\_\_\_\_, “Predicting US Recessions: Financial Variables as Leading Indicators,” *Review of Economics and Statistics*, Vol. 80, 1998, 45~61.
- Estrella, A. and G. A. Hardouvelis, “The Term Structure as a Predictor of Real Economic Activity,” *Journal of Finance*, Vol. 46, 1991, 555~576.
- Frankel, J. A. and A. Rose, “Empirical Research on Nominal Exchange Rates,” in G. M. Grossman and K. Rogoff, ed., *Handbook of International Economics*, Vol. 3, 1995, 1689~1729.
- Hamilton, J., *Time Series Analysis*, NJ: Princeton University Press, 1994.
- Ingentino, R. and B. Trehan, “Using Monthly Data to Predict Quarterly Output,” *Federal Reserve Bank of San Fransisco Economic Review*, Vol. 3, 1996, 3~12.
- Johansen, A., *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector*



- Autoregressive Models, Advanced Texts in Econometrics*, Oxford University Press, 1995.
- Johnston, R. and Y. Sun, "Some Evidence on Exchange Rate Determination in Major Industrial Countries," IMF Working Papers, No. 98, 1997.
- Kim, Y.-Y., "Stationary Vector Autoregressive Representation of Error Correction Models," *Theoretical Economics Letters*, Vol. 2, No. 2, 2012, 152~156.
- \_\_\_\_\_, "Long-Term Prediction of the United States' Recession through Trend Decomposition of Interest Rate Term Spread," *Seoul Journal of Economics*, Vol. 34, No. 4, 2021.
- \_\_\_\_\_, "Best Linear Prediction in Cointegrated Systems," *Advances in Econometrics, Essays in Honor of Joon Y. Park: Econometric Theory*, Volume 45A, 2023a, 367~391.
- \_\_\_\_\_, "Optimal Best Linear Prediction," presented in *Advances in Econometrics Conference in Honor of Joon Y. Park*, 2023b, Indiana University.
- Kishor, N. K. and E. F. Koenig, "Yield-Spreads as Predictors of Economic Activity: A Real Time VAR Analysis," FRB of Dallas Working Paper, 2010.
- Litterman, R., "Forecasting with Bayesian Vector Autoregressions-Five Years of Experience," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 4, 1986, 25~38.
- Lutkepohl, H., *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag, 1991.
- MacDonald, R. and M. Taylor, "The Monetary Model of the Exchange Rate: Longrun Relationships, Short-run Dynamics and How to Beat a Random Walk," *Journal of Money and Finance*, Vol. 13, Issue 3, 1994, 276~290.
- Massimiliano, Marcellino, James H. Stock, and Mark W. Watson, "A Comparison of Direct and Iterated Multistep AR Methods for Forecasting Macroeconomic Time Series," *Journal of Econometrics*, Volume 135, Issues 1-2, 2006, 499~526.

- Meese, R. and K. Rogoff, "Empirical Exchange Rate Models of the Seventies: Do They Fit Out of Sample?," *Journal of International Economics*, Vol. 14, 1983, 3~24.
- Miller, P. and D. Chin, "Using Monthly Data to Improve Quarterly Forecasts," *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Vol. 20, 1996, 16~33.
- Nelson, C., "The Prediction Performance of the FRB-MIT-PENN Model of the U.S. Economy," *The American Economic Review*, Vol. 62, No. 5, December, 1972, 902~917.
- Nelson, C. and C. Plosser, "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series," *Journal of Monetary Economics*, Volume 10, Issue 2, 1982, 139~162.
- Nunes, L. C., "Nowcasting Quarterly GDP Growth in a Monthly Coincident Indicator Model," *Journal of Forecasting*, 24(8), December 2005, 575~592.
- Phillips, P., "Optimal Inference in Cointegrated Systems," *Econometrica*, 59, 1991, 283~306.
- Poterba, J. and L. Summers, "Mean Reversion in Stock Prices: Evidence and Implications," *Journal of Financial Economics*, 22, 1988, 27~59.
- Rapach, D. E. and M. E. Wohar, "Testing the Monetary Model of Exchange Rate Determination: New Evidence from a Century of Data," *Journal of International Economics*, 2001, 360~385.
- Sims, C. A., "Macroeconomics and Reality," *Econometrica*, 48, 1980, 1~48.
- Summers, L., "Does the Stock Market Rationally Reflect Fundamental Values?," *Journal of Finance*, 41, 1986, 591~601.
- Webb, R. H., "Two Approaches to Macroeconomic Forecasting," *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly*, Vol. 85, 1999, 23~40.
- Zheng, I. and J. Rossiter, "Using Monthly Indicators to Predict Quarterly GDP," Bank of Canada Working Paper, August 2006, 1~100.

[Abstract]

## Random Walk and Cointegration, or an Optimal Linear Combination of Them: Which is better for Short- and Long-Run Out-of-Sample Forecasting of Korean GDP and Consumption?

Yun-Yeong Kim\*

This paper forecasts Korean GDP and consumption using the optimal linear combination forecasting technique (OBLP) of random walk and cointegration models under a multiple cointegration system and compares its forecasting performance with random walk, cointegration, and VAR models. We first consider the interest rate term spread, M1, trade balance, and government expenditure as the fundamentals of the cointegration model to reflect monetary and fiscal policies and external shocks. To analyze the out-of-sample forecasting performance of the proposed model, we use data from 1987Q1 to 2017Q4 to forecast Korean GDP and consumption for each quarter from 2018Q1 to 2022Q4. The results show that the OBLP model outperforms the random walk model in terms of the absolute value of forecast errors in all cases, and outperforms the cointegration model in forecasting results after 10 quarters. However, prior to the 10th quarter, the predictive performance of the OBLP and cointegration models is mixed. The VAR(2) model has a much larger forecast error than the other models except for the first quarter. Given this forecasting superiority, it would be very useful to consider the OBLP model in the short- and long-term forecasts of the government, the Bank of Korea, or private organizations.

---

\* Professor, Department of International Trade, Dankook University, Tel: +82-31-8005-3402, E-mail: yunyeongkim@dankook.ac.kr

**Keywords:** optimal linear forecasting, random walk model, multiple cointegration system, cointegration error, autocorrelation coefficient matrix

**JEL Classification:** C3